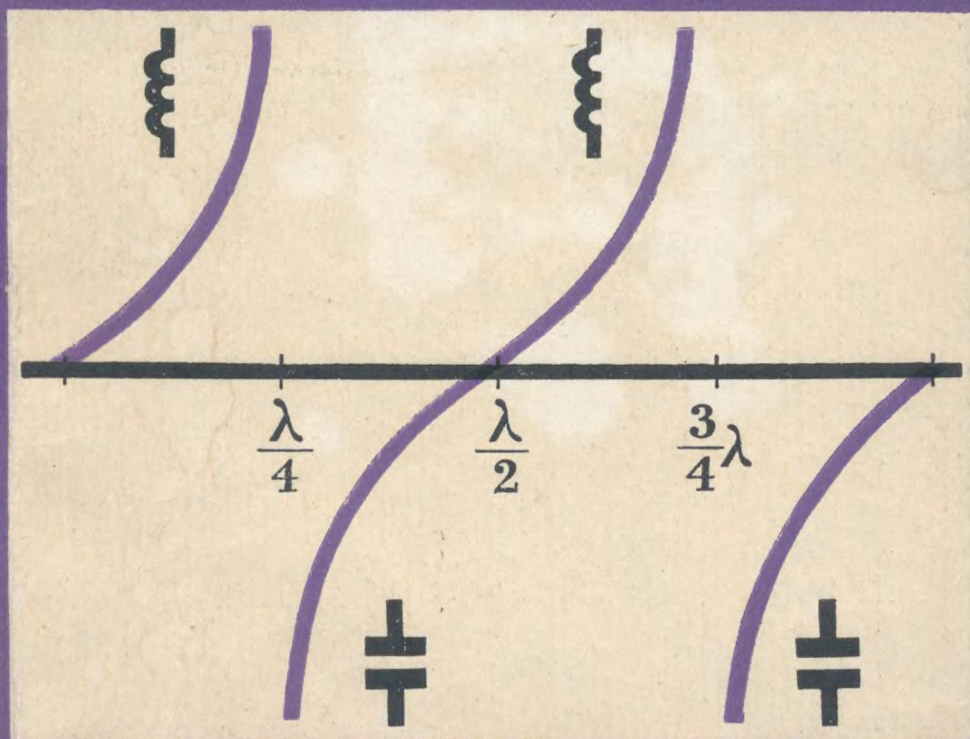


Г. П. Апушкинский

Электрические и радиотехнические цепи

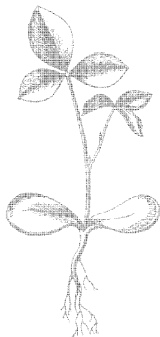


ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. А. ЖДАНОВА

Г. П. АПУШКИНСКИЙ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

*Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования РСФСР
в качестве учебного пособия
для нерадийотехнических специальностей
физико-математических факультетов университетов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1972

*Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Ленинградского университета*

Книга знакомит с методами анализа электрических и радиотехнических цепей, которые используются научными работниками нерадиотехнического профиля в своей практической деятельности.

В книге рассматриваются элементы цепей и прохождение тока через них, методы анализа линейных цепей, электронные и полупроводниковые приборы в радиосхемах, нелинейные цепи и некоторые измерительные цепи.

Книга представляет собой учебное пособие по общим методам электрорадиотехники с учетом специфики подготовки студентов математико-механических факультетов университетов — математиков, механиков и астрономов.

Отв. ред. В. Ф. Кушнир

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга может служить кратким учебным пособием по курсу электрорадиотехники для нерадийных специальностей физико-математических факультетов университетов. Ее содержание охватывает широкий круг вопросов электротехники и радиотехники, усвоение которых необходимо для понимания работы различных узлов, устройств и приборов радиоэлектроники. Приводятся сведения из теоретической электротехники и из области электронных и полупроводниковых приборов. Рассмотрены основные процессы, протекающие в радиотехнических устройствах: усиление и генерирование электромагнитных колебаний, умножение и преобразование частоты, модуляция, выпрямление и детектирование, а также вопросы, связанные с канализацией электромагнитных волн (длинные линии и волноводы).

Математический аппарат, использованный в книге, соответствует достаточно высокому уровню подготовки студентов. Там, где позволяет объем пособия, на первом плане находится математическое описание преобразований сигнала в радиотехническом устройстве, а не рассказ о „прохождении” токов через ветви и узлы его схемы. Это соответствует современным тенденциям конструирования радиоаппаратуры, когда построение радиотехнических узлов и устройств выполняется из отдельных блоков, функционально определенных своими внешними характеристиками. Разумеется, каждый такой блок, являющийся элементом общего устройства, сам может быть рассмотрен как некоторая сложная система, например, при анализе происходящих в нем явлений.

В основу книги положены лекции, читавшиеся автором в Ленинградском государственном университете на математико-механическом факультете.

Существенное различие в объеме лекций для разных специальностей позволило автору вынести часть материала в петит. В связи с крайне ограниченным объемом книги некоторые вопросы не были изложены с достаточной полнотой, за что автор заранее приносит свои извинения.

Глава I

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

§ 1. Определения

1.1. Сопротивление. Совокупность устройств, предназначенных для прохождения в них электрического тока, называется электрической цепью. Цепи состоят из отдельных элементов самого различного вида и назначения: резисторов, конденсаторов, катушек индуктивности, ламп, полупроводниковых приборов, реле, электродвигателей и т. д. Если в цепи действует источник электрической энергии, она называется активной, если нет — пассивной.

Внутренний источник энергии в электрических цепях принято рассматривать как источник электродвижущей силы (э.д.с.) или источник тока. В первом случае э.д.с. практически не зависит от тока в цепи, а во втором — ток в цепи практически не зависит от электрического напряжения на зажимах источника.

Элементы цепей характеризуются одним или несколькими параметрами. Основными параметрами элементов являются: сопротивление, емкость и индуктивность.¹

Сопротивление характеризует необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую: энергия, преобразующаяся в тепло в единицу времени, пропорциональна квадрату силы тока, протекающего по проводнику, и величине его сопротивления (закон Джоуля - Ленца).

Познакомимся с сопротивлением на примере электрического проводника — участка цепи, обладающего способностью хорошо проводить электрический ток. Сопротивление R устанавливает связь между напряжением u , приложенным к проводнику, и протекающим в нем током

¹ В теории электрических цепей чаще используются определения элементов цепи как некоторых идеализированных моделей, приближенно заменяющих реальные резистор, конденсатор и катушку индуктивности.

$$i = \frac{u}{R}. \quad (I.1)$$

Формула (I.1) выражает закон Ома.

Сопротивление измеряется в омах

$$1 \text{ ом} = \frac{1\text{ в}}{1\text{ а}}.$$

Материал, из которого состоит участок однородного проводника длиной l и сечением S , характеризуется удельным сопротивлением

$$\rho = R \frac{S}{l}. \quad (I.2)$$

Размерность удельного сопротивления $\text{ом} \cdot \text{см}$.

1.2. Емкость. Если имеется два проводника, разделенных диэлектриком, то приложенное к ним напряжение приводит к появлению на них электрического заряда. Емкость C устанавливает связь между напряжением и зарядом

$$q = Cu. \quad (I.3)$$

Емкость измеряется в фарадах

$$1\text{ ф} = \frac{1\text{ к}}{1\text{ в}}.$$

Напряжения и токи в электрической цепи обычно являются функциями времени. Так как электрический ток равен производной заряда по времени

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (I.4)$$

то его величина пропорциональна емкости

$$i = C \frac{du}{dt}. \quad (I.5)$$

Полученная формула устанавливает связь между напряжением на конденсаторе и током, проходящим через него.

Если $\frac{du}{dt} \neq 0$, то в цепи, содержащей конденсатор с емкостью C , протекает ток, определяемый (I.5).

1.3. Индуктивность. Рассмотрим проводник, по которому протекает постоянный ток. Вокруг проводника возникает магнитное поле. Напряженность магнитного поля H по закону Био—Савара пропорциональна силе тока I .

Индуктивность или самоиндукция L устанавливает связь между величиной магнитного потока индукции Φ , сцепленного с электрической цепью, и силой постоянного тока в цепи

$$L = \frac{\Phi}{I}. \quad (I.6)$$

На рис. I.1 изображена цепь, состоящая из проводника, имеющего форму витка, и источника постоянной э. д. с.

Магнитная индукция B является плотностью магнитного потока в данной точке поля. Она равна

$$B = \mu_a H, \quad (I.7)$$

где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость среды, в которой возникает магнитное поле. Изменение тока в витке на рис. I.1 вызывает пропорциональное изменение магнитного потока, сцепленного с витком.

Магнитный поток может быть определен из закона электромагнитной индукции Фарадея

$$d\Phi = -e dt. \quad (I.8)$$

Изменение потока может происходить как вследствие изменения тока, так и вследствие изменения индуктивности (I.6). Магнитный поток измеряется в вольтсекундах ($\text{в} \cdot \text{сек}$) или в веберах (вб). Согласно закону электромагнитной индукции, э.д.с. индукции препятствует изменению потока, а следовательно, тока в проводнике.

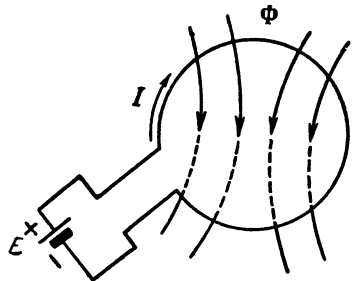


Рис. I. 1.

Падение напряжения на проводнике, возникающее при изменении тока i , обратно по знаку величине э.д.с. индукции и, согласно (I.8) и I.6, равно

$$u = L \frac{di}{dt}. \quad (I.9)$$

Интегрируя (I.9), получим для напряжения, возникающего в витке,

$$\int u dt = Li. \quad (I.10)$$

Индуктивность измеряется в генри

$$1 \text{ гн} = \frac{1 \text{ в} \cdot \text{сек}}{1 \text{ а}} = \frac{1 \text{ вб}}{1 \text{ а}}.$$

В уравнениях (I.1), (I.5) и (I.10) параметры R , C и L постоянны и не зависят ни от времени, ни от тока и напряжения в цепи. Цепи с такими параметрами называются линейными.

Иногда параметры R , C и L зависят от времени. В этом случае цепь называется параметрической.

Когда параметры R , C , L зависят от тока или напряжения (например, $R=R(i)$, $R=R(u)$, $C=C(u)$ и т. д.), цепь называется нелинейной.

1.4. Параметры магнитной цепи. Подобно электрическим цепям рассчитываются магнитные цепи. По закону Био—Савара элементарная напряженность магнитного поля dH на расстоянии r от элемента провода dI с током I равна (рис. I.2)

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{[dI, r]}{r^3}. \quad (I.11)$$

Проинтегрируем уравнение (I.11). Магнитное поле в точке, отстоящей от проводника на расстоянии r_0 , будет равно (рис. I.2)

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dl}{r^2} \sin(\widehat{dl, r}) = \frac{I}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \alpha d\alpha}{r_0} = \frac{I}{2\pi r_0}. \quad (I.12)$$

Здесь

$$\sin(\widehat{dl, r}) = \cos \alpha, \quad l = r_0 \tan \alpha, \quad r \cos \alpha = r_0.$$

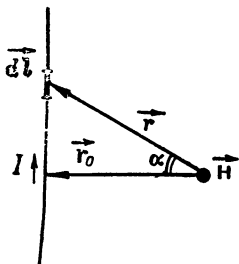


Рис. I.2.

Интеграл напряженности магнитного поля по силовой линии, которая представляет собой окружность, имеет вид

$$\oint H dl = \frac{I}{2\pi r_0} 2\pi r_0 = I. \quad (I.13)$$

В общем случае, когда силовая линия охватывает N витков с током I в каждом, интеграл (I.13) по замкнутому магнитному контуру равен полному току NI

$$\oint H dl = \sum_k H_k l_k = NI. \quad (I.14)$$

Здесь H_k — напряженность магнитного поля на участке l_k .

В соответствии с определением магнитной индукции магнитный поток равен

$$\Phi = \mu_k H_k S_k, \quad (I.15)$$

где S_k — площадь, через которую проходит поток.

Исключив H_k из (I.14) и (I.15), получим для магнитного потока следующую формулу:

$$\Phi = \frac{NI}{\sum_k \frac{l_k}{\mu_k S_k}}. \quad (I.16)$$

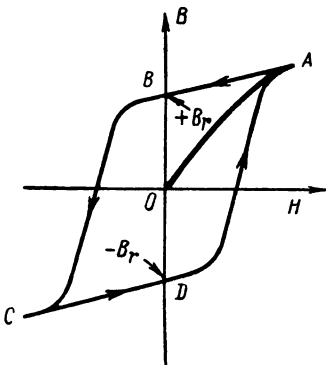


Рис. I.3.

Это выражение по внешнему виду напоминает закон Ома для электрической цепи (I.1).

Произведение тока на число витков называется намагничивающей или магнитодвижущей силой, а ее отношение к магнитному потоку — магнитным сопротивлением цепи.

Формула (I.16) обычно не применяется, так как на практике приходится иметь дело с магнитными цепями, содержащими ферромагнитные материалы, для которых

μ_k зависит от напряженности магнитного поля H_k в соответствующей части цепи. Поэтому связь между магнитным потоком (I.15) и магнитодвижущей силой будет нелинейной. Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля

$$B = \mu(H) H \quad (I.17)$$

для ферромагнитных материалов имеет форму петли гистерезиса (рис. I.3). За исключением кривой начального намагничивания (участок OA), зависимость

(1.17) не проходит через точку O , пересекая ось ординат в точках B и D , где магнитная индукция равна соответственно $+B_r$ и $-B_r$. Эффект остаточного намагничивания ферромагнетиков используется для хранения двоичной информации („да“, „нет“) в ячейках памяти электронновычислительных машин.

§ 2. Прохождение тока в электрических цепях

2.1. Законы Кирхгофа. Электрические цепи изображают графически в виде схем, показывающих последовательность соединения элементов цепи. Цепь имеет ветви и узлы. Ветвью называется участок электрической цепи, в котором в любой момент времени ток имеет одно и то же значение вдоль всего участка. Узлом называется место соединения трех или большего числа ветвей. Замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, называется контуром.

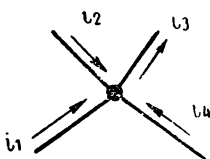


Рис. 1.4.

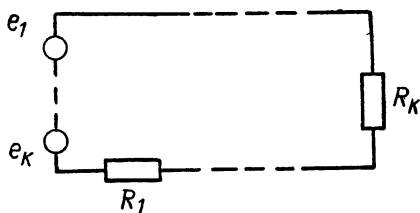


Рис. 1.5

Первый закон Кирхгофа утверждает, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в каком-либо узле (рис. 1.4.), равна нулю

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0. \quad (1.18)$$

Закон следует из принципа непрерывности электрического тока. При несоблюдении этого закона в узле накапливались бы заряды какого-либо знака.

Второй закон Кирхгофа утверждает, что в любом замкнутом контуре сумма падений напряжений на его участках равна сумме э. д. с., встречающихся при обходе этого контура

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{l=1}^m e_l, \quad (1.19)$$

где n — число участков, а m — число э. д. с. в контуре.

Например, для цепей, состоящих из резисторов

$$\sum u_k = \sum i_k R_k$$

С помощью уравнений Кирхгофа можно находить напряжения и токи в разветвленных электрических цепях. Для этого отмечают направления токов в отдельных ветвях, а затем состав-

ляют ряд уравнений, применяя первый закон Кирхгофа для точек разветвления, и второй — для отдельных контуров. При этом на основании второго закона Кирхгофа вместо полных токов в ветвях определяются так называемые контурные токи, замыкающиеся в контурах (метод контурных токов). Напряжения между узлами часто определяются относительно некоторого базисного узла (метод узловых напряжений). Зная напряжение между концами ветви, можно найти ток в этой ветви.

Ток в одной выделенной ветви можно найти также с помощью теоремы об эквивалентном генераторе: по отношению к выделенной ветви вся остальная сложная цепь, содержащая источники э.д.с., может быть заменена одним эквивалентным генератором с э.д.с., равной напряжению на выходе сложной цепи, когда к ней не подсоединена выделенная ветвь; внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно сопротивлению сложной цепи на ее выходе, когда э.д.с. всех генераторов в ней равны нулю.

Пример. В случае цепи, изображенной на рис. 1.6, имеем

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 + I_2, \\ E_1 - E_2 &= I_1 R_1 - I_2 R_2, \\ E_2 &= I_2 R_2 + I_3 R_3. \end{aligned}$$

Уравнение

$$E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

является следствием предыдущих. Решая эти уравнения относительно токов, получим

$$I_1 = \frac{(E_1 - E_2)(R_2 + R_3) + E_2 R_2}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3},$$

$$I_2 = \frac{E_2 R_1 - (E_1 - E_2) R_3}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3} \text{ и т. д.}$$

Токи в ветвях можно найти также с помощью теоремы об эквивалентном генераторе. Например, для ветви, содержащей E_1 и R_1 , остальная сложная цепь может быть заменена эквивалентным генератором с э.д.с.

$$E_3 = \frac{E_2}{R_2 + R_3} R_3.$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно

$$R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Ток в ветви $E_1 - R_1$ находится из уравнения

$$E_1 - \frac{E_2}{R_2 + R_3} R_3 = I_1 \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right).$$

2.2. Понятие о квазистационарности. Переменный ток называется периодическим, если его значения повторяются через равные промежутки времени

$$i(t) = i(t + T). \quad (1.20)$$

Здесь T — период; i — мгновенное значение тока. Наиболее часто используется переменный ток синусоидальной формы

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (1.21)$$

Здесь I_m — амплитуда; ω — угловая частота; φ — начальная фаза тока. Угловая частота связана с частотой колебаний f соотношением $\omega = 2\pi f$.

Электромагнитные возмущения распространяются по цепи с некоторой конечной скоростью c .

Величина λ , определяемая формулой

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}, \quad (1.22)$$

называется длиной волны электромагнитных колебаний. При работе с низкими частотами размеры электрических цепей обычно много меньше λ . В этом случае мгновенные значения тока во всех точках неразветвленной цепи одинаковы. Такие цепи, а также токи, протекающие в них, называются квазистационарными. Для проводника длиной l условие квазистационарности записывается в виде

$$l \ll \frac{c}{f}. \quad (1.23)$$

При расчете квазистационарных цепей можно применять законы Ома и Кирхгофа по отношению к мгновенным значениям, как и для постоянных тока и напряжения.

2.3. Прохождение синусоидального тока через элементы цепи с параметрами R , L и C . При прохождении синусоидального тока $i = I_m \sin \omega t$ через резистор с сопротивлением R мгновенное значение падения напряжения на нем будет равно

$$u_R = RI_m \sin \omega t.$$

Для амплитудных значений имеем соотношение

$$U_{Rm} = RI_m. \quad (1.24)$$

При прохождении синусоидального тока через катушку с индуктивностью L мгновенное значение падения напряжения на ней, согласно (1.9), равно

$$u_L = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (1.25)$$

Для амплитудных значений имеем соотношение

$$U_{Lm} = X_L I_m, \quad (1.26)$$

где

$$X_L = \omega L.$$

Соотношение (I.26) подобно (I.24), поэтому X_L называется индуктивным сопротивлением.

Напряжение на индуктивности, как видно из (I.25), опережает ток на угол $\pi/2$.

При прохождении синусоидального тока через конденсатор с емкостью C на нем образуется падение напряжения, величина которого, как это следует из (I.5), равна

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (I.27)$$

Здесь постоянная интегрирования равна нулю, если заряд на конденсаторе в начальный момент отсутствует. Выполнив интегрирование в (I.27), получим мгновенное значение напряжения на конденсаторе

$$u_c = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (I.28)$$

Оно отстает от тока на угол $\pi/2$ (рис. I. 7). Для амплитудных значений имеем соотношение

$$U_{Rm} = X_C I_m, \quad (I.29)$$

где

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

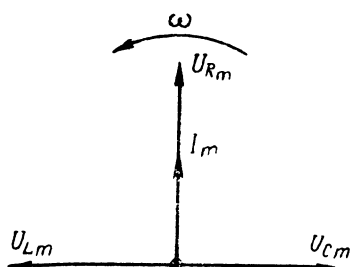


Рис. I. 7.

Соотношение (I.29) подобно (I.24), поэтому X_C называется емкостным сопротивлением.

Синусоидальные э. д. с., напряжения и токи, имеющие угловую частоту ω , можно изображать векторами, вращающимися с угловой скоростью, равной ω , причем длина вектора определяется амплитудой соответствующей функции.

На рис. I.7 изображена такая векторная диаграмма, иллюстрирующая фазовые соотношения между током и напряжением для элементов цепи с параметрами R , L и C .

Во всем интервале частот резистор, катушка индуктивности или конденсатор не могут быть охарактеризованы одним параметром (R , L или C соответственно). Например, для катушки индуктивности надо учитывать сопротивление провода R_L , которое можно назвать эквивалентным сопротивлением потерь катушки индуктивности (рис. I.8, а), в других случаях надо учитывать некоторую суммарную междувитковую емкость катушки C_L (рис. I.8, б) или даже считать ее распределенной между витками (рис. I.8, в).

Однако во многих практических случаях можно считать, что в цепи, состоящей из резистора, конденсатора и катушки индуктивности, все сопротивление цепи сосредоточено в резисторе, вся

емкость — в конденсаторе и т. д. Такие цепи называются цепями с сосредоточенными параметрами.

2.4. Мощность переменного тока. Мгновенная мощность равна произведению мгновенных значений тока и напряжения

$$p = iu = I_m U_m \sin \omega t \sin (\omega t + \varphi).$$

Средняя мощность за период равна половине произведения амплитуд напряжения и тока на косинус фазового угла между ними

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i u dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m U_m \sin \omega t \sin (\omega t + \varphi) dt = \frac{I_m U_m}{2} \cos \varphi. \quad (1.30)$$

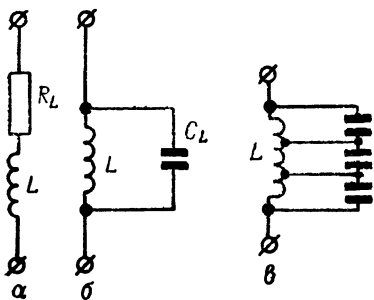


Рис. 1. 8.

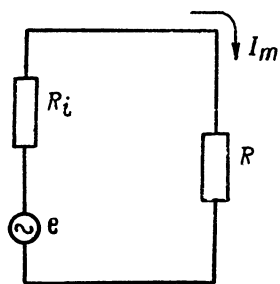


Рис. 1. 9.

При прохождении тока через катушку индуктивности, не имеющую потерь ($\varphi = \pi/2$), или конденсатор без потерь ($\varphi = -\pi/2$) мощность не расходуется. Такие элементы цепи называются реактивными.

Наибольшая мощность будет выделяться, когда $\cos \varphi = 1$, т. е. на чисто активной нагрузке. Здесь целесообразно остановиться на условиях передачи максимальной мощности от генератора с синусоидальной э.д.с. e (амплитуда E_m) и внутренним сопротивлением R_i в активную нагрузку R (рис. 1. 9). Мощность, рассеиваемая на нагрузке, равна

$$P_n = \frac{I_m^2}{2} R = \frac{E_m^2 R}{2(R_i + R)^2}. \quad (1.31)$$

Величина P_n имеет максимум при

$$R = R_i. \quad (1.32)$$

Отношение

$$\eta_i = \frac{P_n}{P}, \quad (1.33)$$

где P — полная мощность, рассеиваемая в цепи на R_i и R , называется коэффициентом полезного действия (к. п. д.). При выполнении условия (I.32) величина $\eta = 50\%$. Зависимости $P_H(R)$ и $\eta(R)$ изображены на рис. I. 10.

2. 5. Воздействие на цепь скачка напряжения. Рассмотрим цепь, состоящую из резистора и конденсатора с параметрами R и C соответственно (рис. I. 11). Пусть в момент

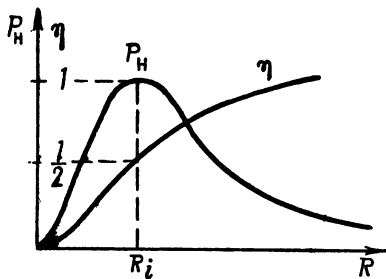


Рис. I. 10

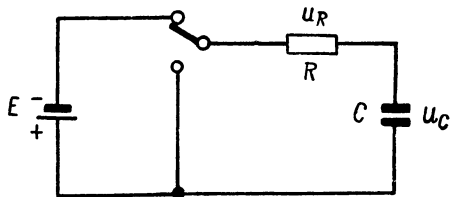


Рис. I. 11.

времени $t=0$ произошло замыкание цепи на источник постоянной э. д. с. E . По второму закону Кирхгофа (I.19) имеем

$$E = u_R + u_C. \quad (\text{I.34})$$

С помощью (I.5) ток в цепи, общий для обоих элементов (конденсатора и резистора), может быть выражен через напряжение на конденсаторе u_C

$$i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (\text{I.35})$$

В свою очередь напряжение на резисторе равно, согласно (I.1),

$$u_R = iR = RC \frac{du_C}{dt}. \quad (\text{I.36})$$

Подставив (I.36) в (I.34) и разделив переменные, получим уравнение

$$\frac{du_C}{u_C - E} = -\frac{1}{RC} dt.$$

Проинтегрируем обе части этого уравнения с учетом того, что в момент включения ($t=0$) конденсатор не заряжен ($u_C=0$)

$$u_C = E (1 - e^{-t/RC}). \quad (\text{I.37})$$

В момент включения ток целиком определяется сопротивлением R

$$i|_{t=0} = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}.$$

Если в опыте при заряде конденсатора не включить ограничивающий резистор ($R=0$), то ток заряда может достигнуть очень большой величины. При этом ограничение будет обусловлено только внутренним сопротивлением источника E , которое на схеме рис. I. 11 не показано.

Уравнение (I.37) определяет процесс заряда конденсатора. Разряд конденсатора C происходит при замыкании его на резистор R (рис. I. 11). Процесс разряда описывается однородным уравнением

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0.$$

При

$$u_C|_{t=0} = E$$

получаем

$$u_C = E e^{-t/RC} \quad (\text{I.38})$$

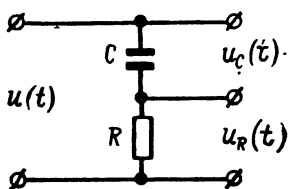


Рис. I. 12.

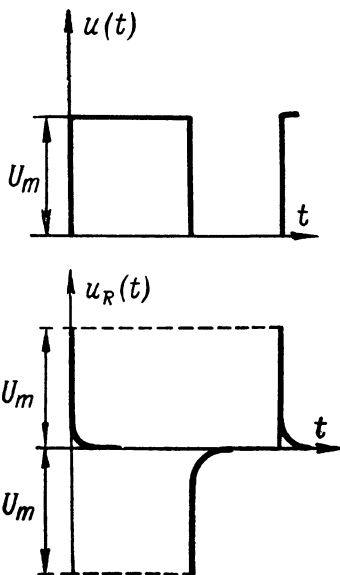


Рис. I. 13

Скорость затухания процессов принято условно характеризовать постоянной времени τ , в течение которого напряжение уменьшается в $e=2,718\dots$ раз. По определению,

$$\frac{u_C(t=0)}{u_C(t=\tau)} = \frac{E}{E e^{-\tau/RC}} = e, \quad \text{т. е. } \tau = RC. \quad (\text{I.39})$$

В качестве примера рассмотрим прохождение последовательности „прямоугольных” импульсов $u(t)$ через цепочку RC , изображенную на рис. I. 12. Выходное напряжение снимается с резистора ($u_{\text{вых}} = u_R(t)$). В момент прихода прямоугольного импульса $u_C = 0$ и $u_R = U_m$ (см. формулы (I.34) и (I.37) при $t=0$). Наибольшее значение „остроконечного” импульса, снимаемого с резистора, равно наибольшему значению напряжения прямоугольного импульса, а быстрота его спада определяется величиной τ согласно формуле (I.39) (рис. I. 13). Когда величина τ много больше длительности прямоугольного импульса, последний практически не искажается.

2.6. Дифференцирование и интегрирование напряжений в электрических цепях. С помощью

цепи, состоящей из конденсатора и резистора (рис. I.12), можно осуществлять приближенно дифференцирование и интегрирование. Пусть к цепи приложено переменное напряжение $u(t)$. По второму закону Кирхгофа (I.19) имеем

$$u_R + u_C = u.$$

Если выполняется следующее условие: падение напряжения на резисторе много меньше, чем на конденсаторе

$$u_R \ll u_C, \quad (I.40)$$

то

$$u_C \cong u. \quad (I.41)$$

Так как ток рассматриваемой цепи (рис. I.12), общий для R и C , определяется выражением (I.35), то

$$u_R = Ri = RC \frac{du_C}{dt}.$$

Используя (I.41), получим окончательно

$$u_R \cong RC \frac{du}{dt}. \quad (I.42)$$

Таким образом, согласно (I.40) и (I.42), дифференцирование в цепи осуществляется тем точнее, чем меньше произведение RC и чем медленнее меняется входное напряжение. Выходное (продифференцированное) напряжение снимается с резистора R и оказывается при этом небольшим.

Рассмотрим теперь цепь, изображенную на рис. I.12 при условии, что

$$u_R \gg u_C. \quad (I.43)$$

Тогда ток в цепи, общий для R и C , будет равен

$$i \cong \frac{u}{R}.$$

Используя (I.27), получим окончательно

$$u_C \cong \frac{1}{RC} \int u dt. \quad (I.44)$$

Таким образом, согласно (I.43) и (I.44), интегрирование в цепи RC осуществляется тем точнее, чем больше произведение RC и чем быстрее меняется входное напряжение. Выходное (проинтегрированное) напряжение, которое снимается с конденсатора C , будет при этом небольшим.

Примером использования интегрирующей RC -цепи является „усреднение” с ее помощью быстрых изменений напряжения $u(t)$, например, флуктуационного происхождения (п. 9.7).

Глава II

ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

§ 3. Цепи с сосредоточенными параметрами. Одиночный *LCR*-контур

3.1. Решение дифференциального уравнения. Рассмотрим контур, содержащий конденсатор, катушку индуктивности и резистор с параметрами C , L и R соответственно (рис. II.1). Пусть переключатель сначала находится в положении 1 и конденсатор заряжен до напряжения, равного напряжению источника постоянной э. д. с. E . В момент времени $t = 0$ переключатель переводится в положение 2 и в цепи, состоящей из конденсатора, катушки индуктивности и резистора, появляется ток. Применяя второй закон Кирхгофа (I.19) к рассматриваемой схеме (рис. II. 1), получим следующее уравнение для тока в контуре:

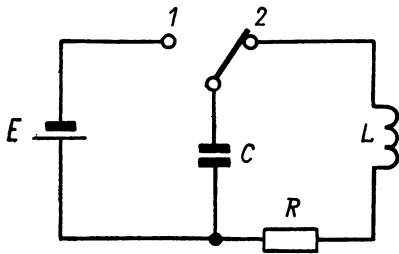


Рис. II. 1

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0. \quad (\text{II.1})$$

Производная по времени от уравнения (II.1) дает линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0. \quad (\text{II.2})$$

Начальные условия состоят в том, что сразу после переключения вследствие инерционности магнитного поля ток отсутствует и все напряжение, до которого был заряжен конденсатор, оказывается приложенным к катушке индуктивности. Таким образом, при $t = 0$, $i = 0$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = E. \quad (\text{II.3})$$

Общее решение уравнения (II.2) будет

$$i = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (\text{II.4})$$

где p_1 и p_2 — корни характеристического уравнения

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0, \quad (\text{II.5})$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}. \quad (\text{II.6})$$

В случае двойного корня $p_1 = p_2 = p$

$$i = (A_1 + A_2 t) e^{pt}. \quad (\text{II.7})$$

Для определения постоянных A_1 и A_2 из начальных условий (II.3) имеем уравнения

$$\begin{aligned} \bar{A}_1 + A_2 &= 0, \\ L(A_1 p_1 + A_2 p_2) &= E, \end{aligned}$$

откуда

$$A_1 = \frac{E}{L(p_1 - p_2)}, \quad A_2 = \frac{E}{L(p_2 - p_1)}.$$

Используя (II.6), получаем

$$A_1 = -\frac{E}{2L \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}}, \quad A_2 = \frac{E}{2L \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}}. \quad (\text{II.8})$$

Введем обозначения

$$\frac{R}{2L} = \alpha, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (\text{II.9})$$

Тогда выражение для тока (II.4) примет вид

$$i = \frac{E e^{-\alpha t}}{L \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \left(\frac{e^{\beta t} - e^{-\beta t}}{2} \right) = \frac{E}{L \beta} e^{-\alpha t} \operatorname{sh} \beta t. \quad (\text{II.10})$$

3.2. Частные случаи. 1) Аperiodический разряд конденсатора. Пусть $\alpha > \omega_0$. При этом ток в цепи будет определяться формулой (II.10).

Происходит разряд конденсатора, причем электрическая энергия, запасенная в заряженном конденсаторе, выделяется в виде тепла на резисторе контура (рис. II. 2).

2) Режим затухающих колебаний. Пусть $\alpha < \omega_0$. Введем величину ω_α

$$\omega_\alpha = \frac{\beta}{j} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} > 0 \quad (j = \sqrt{-1}). \quad (\text{II.11})$$

Ток в цепи определится формулой

$$i = \frac{E}{j \omega_\alpha L} e^{-\alpha t} \operatorname{sh} j \omega_\alpha t = \frac{E}{\omega_\alpha L} e^{-\alpha t} \sin \omega_\alpha t. \quad (\text{II.12})$$

Величина ω_α называется угловой частотой затухающих колебаний. Имеем $\omega_\alpha < \omega_0$, так как всегда $\alpha > 0$. При $\alpha \ll \omega_0$ можно считать, что

$$\omega_\alpha \cong \omega_0.$$

Величина α называется коэффициентом затухания, а $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственной частотой контура без потерь. Иногда удобно использовать величину $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$, которая называется добротностью контура и также является характеристикой затухания. Когда $\alpha > \omega_0$, имеем $Q < 0,5$, а когда $\alpha < \omega_0$, имеем $Q > 0,5$ соответственно.

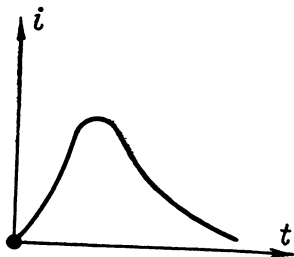


Рис. II. 2

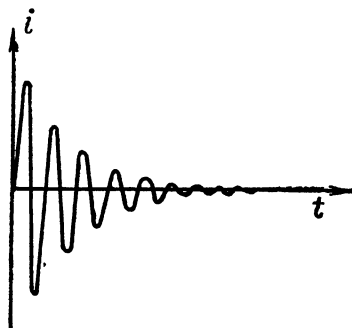


Рис. II. 3.

Из формулы (II. 12) при $Q > 0,5$ видно, что происходит колебательный разряд конденсатора, причем амплитуда колебаний уменьшается по экспоненциальному закону, с коэффициентом затухания α , а частота колебаний остается постоянной (рис. II. 3). При $Q = 0,5$, т. е. при $\alpha = \omega_0$, имеем

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = 0. \quad (\text{II.13})$$

Этот случай может считаться граничным между аperiodическим режимом и режимом затухающих колебаний. Следует отметить, что на практике точное выполнение условия (II.13) затруднительно.

§ 4. Вынужденные колебания в одиночном колебательном контуре

4.1. Метод комплексных амплитуд. Пусть мы имеем ток, изменяющийся по косинусоидальному закону,

$$i(\omega t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_1). \quad (\text{II.14})$$

Наряду с действительной гармонической функцией (II.14) рассмотрим соответствующую ей комплексную функцию

$$i(j\omega t) = I_m e^{j\omega t}, \quad (\text{II.15})$$

где $j = \sqrt{-1}$. Величина

$$I_m = I_m e^{j\varphi_1} \quad (\text{II.16})$$

называется комплексной амплитудой комплексной функции (II.15). Она объединяет в себе действительную амплитуду

$$I_m = |\dot{I}_m| \quad (\text{II.17})$$

и начальную фазу φ_1 .

Вещественная часть функции (II.15) совпадает с функцией (II.14). Метод расчета цепей, основанный на переходе от гармонических функций времени (II.14) к комплексным функциям (II.16), известен под названием метода комплексных амплитуд, комплексного или символического метода. При этом дифференцированию и интегрированию действительных функций времени соответствует умножение и деление комплексных функций (II.15) на $j\omega$

$$\frac{d\dot{I}(j\omega t)}{dt} = j\omega \dot{I}(j\omega t), \quad (\text{II.18})$$

$$\int \dot{I}(j\omega t) dt = \frac{\dot{I}(j\omega t)}{j\omega}. \quad (\text{II.19})$$

Легко показать, что средняя мощность за период, определяемая формулой (I.30), равна вещественной части половины произведения комплексной амплитуды напряжения на комплексно-сопряженную амплитуду тока

$$P = \text{Re} \frac{\dot{U} \dot{I}^*}{2}. \quad (\text{II.20})$$

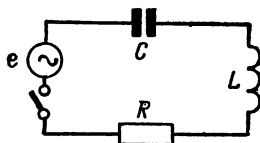


Рис. II. 4.

4.2. Последовательный колебательный контур. Рассмотрим контур (рис. II.4), находящийся под воздействием гармонической э. д. с.

$$e(\omega t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (\text{II.21})$$

Физический процесс в контуре описывается интегрально-дифференциальным уравнением, составленным с помощью второго закона Кирхгофа (I.19)

$$L \frac{d\dot{I}(\omega t)}{dt} + R\dot{I}(\omega t) + \frac{1}{C} \int \dot{I}(\omega t) dt = e(\omega t). \quad (\text{II.22})$$

Переходя к комплексным функциям, уравнение (II.22) запишем в виде

$$L \frac{d\dot{I}(j\omega t)}{dt} + R\dot{I}(j\omega t) + \frac{1}{C} \int \dot{I}(j\omega t) dt = e(j\omega t), \quad (\text{II.23})$$

где

$$e(j\omega t) = \dot{E}_m e^{j\omega t}, \quad (\text{II.24})$$

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\varphi_2}. \quad (\text{II.25})$$

Общее решение уравнения (II.22) состоит из частного решения (II.14) и решения однородного уравнения, которое, как мы видели в § 3, стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$. Решение (II.14) соответствует установившемуся процессу, в то время как общее решение описывает переходный процесс.

Частное решение (II.14), частота которого совпадает с частотой внешнего воздействия, является единственным гармоническим решением среди всех решений уравнения (II.22). Оно показывает, что в линейной системе частота гармонического колебания не меняется.

Подставив (II.15) и (II.24) в уравнение (II.23), получим уравнение для комплексных амплитуд

$$j\omega L \dot{I}_m + R \dot{I}_m + \frac{\dot{I}_m}{j\omega C} = \dot{E}_m. \quad (\text{II.26})$$

Таким образом, комплексный метод позволяет перейти от интегрально-дифференциального уравнения (II.22) к алгебраическому уравнению (II.26). Из уравнения (II.26) получим выражение для комплексной амплитуды тока

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{\dot{Z}}, \quad (\text{II.27})$$

где \dot{Z} — комплексное сопротивление последовательного контура равно

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (\text{II.28})$$

Здесь $\dot{Z}_L = j\omega L$, где ωL — реактивное сопротивление катушки индуктивности, $\dot{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$, где $\frac{1}{\omega C}$ — реактивное сопротивление конденсатора. Формула (II.27) является законом Ома в комплексной форме.

Амплитуда реального тока (II.14) в контуре, согласно (II.17), равна

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (\text{II.29})$$

Разность между начальными фазами напряжения и тока $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (\text{II.30})$$

4.3. Резонансные соотношения в последовательном контуре. Рассмотрим зависимость амплитуды тока в контуре, изображенном на рис. II.4, от частоты ω внешнего напряжения. Из (II.29) видно, что величина I_m достигает максимума при

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (\text{II.31})$$

При этом $\varphi=0$ (напряжение и ток в цепи совпадают по фазе) и сопротивление всей цепи (II.28) является активным

$$\dot{Z} = R.$$

Такое явление называется резонансом, а частота ω_0 (II.31) — резонансной частотой. Резонансное значение тока равно

$$I_{m \text{ рез}} = \frac{E_m}{R}. \quad (\text{II.32})$$

Если реактивные сопротивления $X_C = \frac{1}{\omega C}$ и $X_L = \omega L$ при резонансе превосходят по величине активное сопротивление R , то амплитуды напряжений при конденсаторе и на катушке индуктивности, равные при резонансе соответственно $U_{Cm} = I_{m \text{ рез}} X_C$ и $U_{Lm} = I_{m \text{ рез}} X_L$, могут достигать больших значений и превышать в несколько раз напряжение источника. Поэтому резонанс в последовательном контуре называется иногда резонансом напряжений. Величина

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (\text{II.33})$$

называется характеристическим сопротивлением контура.

Отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению контура равно его добротности

$$Q = \frac{\rho}{R}. \quad (\text{II.34})$$

Отношение амплитуды напряжения на емкости или индуктивности к амплитуде напряжения источника при резонансе равно добротности контура

$$\frac{U_{Lm}}{E_m} = \frac{U_{Cm}}{E_m} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R} = Q. \quad (\text{II.35})$$

Построим зависимость, называемую резонансной кривой, откладывая по оси абсцисс частоту э.д.с., под воздействием которой находится последовательный контур, а по оси ординат ток в контуре, нормированный к величине $I_{m \text{ рез}}$

$$A(\omega) = \frac{I_m}{I_{m \text{ рез}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}. \quad (\text{II.36})$$

Здесь X — реактивное сопротивление контура

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Резонансная кривая имеет вид, показанный на рис. II. 5.

Расстройка $\Delta\omega$ частоты э. д. с. ω относительно резонансной частоты контура ω_0

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 \quad (\text{II.37})$$

определяет ток в контуре. Величина $2\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — такая расстройка, при которой амплитуда тока падает до условного уровня $\frac{1}{\sqrt{2}}$ от наибольшего значения, имеющего место при резонансе, называется полосой

пропускания контура и обозначается $2\Delta\omega_{\pi}$ (рис. II. 5). Выбор этого условного уровня обусловлен тем, что при таком уменьшении амплитуды тока мощность, рассеиваемая на сопротивлении контура, падает вдвое (I.31).

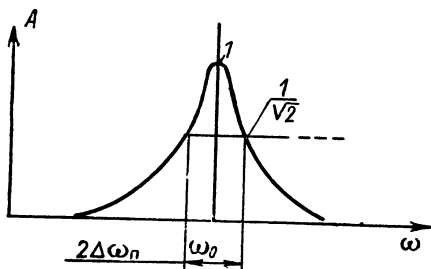


Рис. II. 5.

Определим связь полосы пропускания с добротностью контура. Допустим, что частота ω мало отличается от резонансной частоты ω_0 . Принимая

во внимание (II.31), (II.33) и (II.37), найдем приближенное выражение для реактивного сопротивления контура

$$\begin{aligned} X &= \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \\ &= \rho \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0} \cong \rho \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}. \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

Подставив (II.38) в (II.36), учитывая (II.34) и полагая $A(\omega)$ равным $\frac{1}{\sqrt{2}}$, найдем, что

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + Q^2 \frac{4\Delta\omega_{\pi}^2}{\omega_0^2}}, \quad (\text{II.39})$$

откуда

$$2\Delta\omega_{\pi} = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (\text{II.40})$$

4.4. Параллельный колебательный контур. Остановимся на связи параметров последовательной и параллельной цепей, изображенных на рис. II. 6. Проводимость последовательной цепи (сопротивления R_s , X_s) равна

$$\dot{Y}_1 = \frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} - j \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2}.$$

Проводимость параллельной цепи (сопротивления R_p , X_p) равна

$$\dot{Y}_2 = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p} = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{X_p}.$$

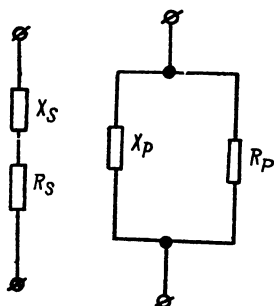


Рис. II. 6.

Приравняв соответственно вещественные и мнимые части \dot{Y}_1 и \dot{Y}_2 , получим выражения для пересчета параметров последовательной цепи в параметры эквивалентной параллельной цепи

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s}, \quad (\text{II.41})$$

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}. \quad (\text{II.42})$$

Соотношения (II.41) и (II.42) позволяют производить эквивалентную замену схемы последовательной цепи схемой параллельной цепи. Как и при всяком составлении эквивалентной схемы, здесь выполнено условие эквивалентности, состоящее в том, что основная и заменяющая схемы должны иметь одинаковые сопротивления между всеми точками, являющимися общими с внешними цепями.

После этих предварительных замечаний рассмотрим параллельный контур, находящийся под воздействием э. д. с. (рис. II.7)

$$e = \dot{E}_m e^{j\omega t}.$$

В идеальном контуре без потерь $R_p = 0$, токи в ветвях катушки и конденсатора равны соответственно

$$i_{L_m} = \frac{\dot{E}_m}{j\omega L}, \quad i_{C_m} = j\omega C \dot{E}_m.$$

Они направлены в противоположные стороны, как показано на векторной диаграмме на рис. II.8. При резонансе амплитуды токов I_{L_m} и I_{C_m} равны друг другу. В этом случае по первому закону Кирхгофа (I.18) ток, питающий параллельный контур, равен нулю (рис. II.9). В реальном контуре всегда имеют место некоторые потери и поэтому ток, питающий параллельный контур, при резонансе всегда отличен от нуля, хотя может быть мал относительно токов в ветвях контура. Резонанс в параллельном контуре называется резонансом токов или антирезонансом.

Вычислим сопротивление параллельного контура при резонансе. Потерями в цепи конденсатора C можно пренебречь, т. е.

$R_C \ll R_L$, это условие обычно имеет место в реальном контуре. Проводимости ветвей с L_p и C_p равны соответственно

$$\dot{Y}_L = \frac{1}{j\omega L_p + R_p}, \quad \dot{Y}_C = j\omega C_p.$$

Полное (эквивалентное) сопротивление параллельного контура имеет вид

$$\dot{Z}_s = \frac{1}{\dot{Y}_L + \dot{Y}_C} = \frac{j\omega L_p + R_p}{1 + \omega^2 L_p C_p + j\omega R_p C_p}.$$

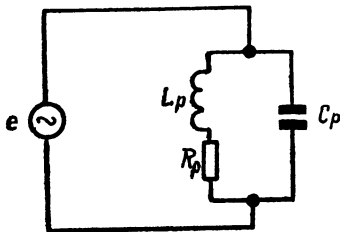


Рис. II. 7.

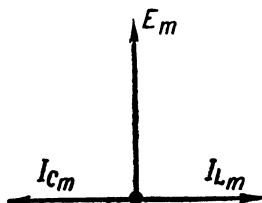


Рис. II. 8.

При резонансе $X_L = X_C$, т. е. $\omega_0 L_p = \frac{1}{\omega_0 C_p}$. Добротность параллельного контура рассчитывается так же, как и последовательного

$$Q = \frac{\omega_0 L_p}{R_p} = \frac{\rho}{R_p}.$$

Используя значения ω_0 и Q , запишем эквивалентное сопротивление следующим образом:

$$\dot{Z}_s = R_p \frac{1 + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}.$$

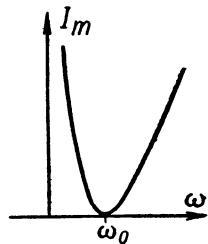


Рис. II. 9.

Когда $Q \gg 1$, что обычно имеет место, получим при резонансе

$$\dot{Z}_s \cong Q^2 R_p = \frac{\rho^2}{R_p} = \frac{L_p}{C_p R_p} = Q\rho, \quad (\text{II.43})$$

т. е. сопротивление контура чисто активное и в Q раз больше волнового. На явлении резонанса основано применение параллельного контура в качестве избирательной нагрузки.

Параллельный контур с высокой добротностью, включенный последовательно с основной нагрузкой, может также служить в качестве своеобразного фильтра — пробки, не пропускающего сигнал на резонансной частоте.

4.5. Резонансные измерения в последовательном и параллельном контурах. Наличие резонансных явлений в последовательном и параллельном колебательных контурах позволяет использовать их для измерения частоты, а также параметров катушек индуктивности и конденсаторов и потерь в контуре.

Измерение частоты резонансным методом осуществляется с помощью колебательного контура с известными параметрами, при этом настройка осуществляется с помощью конденсатора, который может быть прокалиброван сразу в частотах или длинах волн.

Неизвестные емкости измеряются по методу их замещения в контуре с известными параметрами.

Для измерения потерь в контуре (добротности контура) могут быть использованы разные способы. Например, измерение полосы пропускания контура (II.40), а также измерение отношения амплитуды напряжения на емкости или индуктивности к амплитуде напряжения источника при резонансе (II.35) дает значение добротности. Для одиночного контура затухание (II.9), т. е. уменьшение амплитуды свободных колебаний, определяется формулой (II.12).

Если измерить время, за которое ток в цепи падает в определенное число раз, то можно, зная частоту затухающих колебаний, найти величину затухания. Наконец, возможно прямое измерение сопротивления контура при резонансе (II.32), (II.43). Для описанных измерений промышленностью выпускаются приборы, известные под названием куметры и резонансные частотомеры.

§ 5. Вынужденные колебания в связанных контурах

Электрическая связь между контурами может осуществляться через магнитный поток, общий для катушек индуктивности обоих контуров. Такая связь контуров называется взаимной индуктивной связью. При изменении силы электрического тока в каком-либо контуре меняющееся магнитное поле этого тока возбуждает э.д.с. взаимной индукции $e_{вз}$ в соседнем контуре (I.6), (I.8)

$$e_{вз} = -M \frac{di}{dt}. \quad (\text{II.44})$$

Величина M называется коэффициентом взаимной индукции или просто взаимной индуктивностью. Если индуктивность $L > 0$ во всех случаях, то взаимной индуктивности M может приписываться как положительный, так и отрицательный знак, так как знаки магнитных потоков взаимной индукции зависят при выбранных направлениях токов в катушках также еще и от направления их намотки.

Отдельные части электрической цепи могут быть связаны также при помощи электрического поля. Такая связь называется емкостной связью.

В общем случае может иметь место смешанная связь.

5.1. Уравнения связанных контуров. Рассмотрим цепь, состоящую из двух LCR -контуров 1, 2, связанных взаимной индуктивной связью (рис. II.10).

Обход контуров 1 и 2 согласно второму закону Кирхгофа (I.19) дает нам следующие два уравнения в комплексных амплитудах:

$$\dot{E}_m = \dot{I}_{1m} \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) + \dot{I}_{2m} j\omega M, \quad (\text{II.45})$$

$$0 = \dot{I}_{2m} \left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) + \dot{I}_{1m} j\omega M.$$

Здесь \dot{E}_m — комплексная амплитуда э. д. с., включенной в первый контур. Обозначим собственные комплексные сопротивления контуров 1, 2

$$\dot{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 + jX_1,$$

$$\dot{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = R_2 + jX_2. \quad (\text{II.46})$$

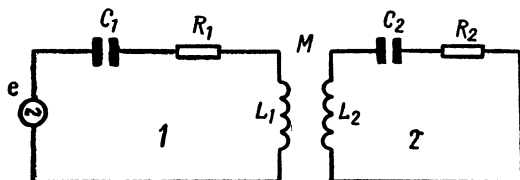


Рис. II. 10.

Уравнения (II.45) позволяют вычислить токи \dot{I}_m , \dot{I}_{2m} в контурах 1, 2. Используя (II.46), решим уравнения (II.45)

$$\dot{I}_{2m} = -\dot{I}_{1m} \frac{jX_{св}}{\dot{Z}_2}, \quad (\text{II.47})$$

$$\dot{I}_{1m} = \frac{\dot{E}_m}{\dot{Z}_1 + \frac{X_{св}^2}{\dot{Z}_2}}. \quad (\text{II.48})$$

Здесь сопротивление связи

$$X_{св} = \omega M, \quad (\text{II.49})$$

а величина

$$\dot{Z}_{1\text{ вн}} = \frac{X_{св}^2}{\dot{Z}_2} \quad (\text{II.50})$$

носит название вносимого сопротивления.

Смысл вносимого сопротивления заключается в том, что систему из двух связанных контуров можно заменить одним контуром, если влияние второго контура на первый учесть с помощью сопротивления, вносимого в первый контур. Выражение (II.48) показывает, что полное сопротивление первого контура складывается из его собственного полного сопротивления \dot{Z}_1 и сопротивления $\dot{Z}_{1\text{ вн}}$, вносимого из второго контура в первый. Активная и реактивная части вносимого сопротивления равны соответственно

$$R_{1\text{ вн}} = \frac{X_{\text{св}}^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2, \quad (\text{II.51})$$

$$X_{1\text{ вн}} = - \frac{X_{\text{св}}^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2. \quad (\text{II.52})$$

Обратим внимание на то, что $R_{1\text{ вн}}$ всегда положительно и приводит только к увеличению потерь в первом контуре, в то время как $X_{1\text{ вн}}$ может иметь знак, противоположный собственному реактивному сопротивлению контура X_1 , и компенсировать последнее частично или полностью.

5.2. Резонансные явления в связанных контурах. Используя (II.48), найдем ток во втором контуре (II.47)

$$i_{2m} = - \frac{jX_{\text{св}} \dot{E}_m}{\left(\dot{Z}_1 + \frac{X_{\text{св}}^2}{\dot{Z}_2} \right) \dot{Z}_2}, \quad (\text{II.53})$$

или

$$i_{2m} = - \frac{jX_{\text{св}} \dot{E}_m}{\left(\dot{Z}_2 + \frac{X_{\text{св}}^2}{\dot{Z}_1} \right) \dot{Z}_1}. \quad (\text{II.54})$$

Из формул (II.53) и (II.54) видно, что модуль $|i_{2m}|$ может быть выражен двумя способами

$$|i_{2m}| = \frac{X_{\text{св}} E_m}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2} \sqrt{(R_1 + R_{1\text{ вн}})^2 + (X_1 + X_{1\text{ вн}})^2}}, \quad (\text{II.55})$$

$$|i_{2m}| = \frac{X_{\text{св}} E_m}{\sqrt{R_1^2 + X_1^2} \sqrt{(R_2 + R_{2\text{ вн}})^2 + (X_2 + X_{2\text{ вн}})^2}}, \quad (\text{II.56})$$

где

$$R_{2\text{ вн}} = \frac{X_{\text{св}}^2}{R_1^2 + X_1^2} R_1, \quad (\text{II.57})$$

$$X_{2\text{ вн}} = - \frac{X_{\text{св}}^2}{R_1^2 + X_1^2} X_1. \quad (\text{II.58})$$

При изменении частоты реактивные сопротивления каждого контура могут быть сделаны равными нулю на некоторых частотах. Для этого существуют следующие возможности:

$$X_1 = 0, \quad X_2 = 0, \quad (\text{II.59})$$

$$X_1 + X_{1\text{ вн}} = 0, \text{ т. е. } X_1(R_2^2 + X_2^2) = X_{\text{св}}^2 X_2, \quad (\text{II.60})$$

$$X_2 + X_{2\text{ вн}} = 0, \text{ т. е. } X_2(R_1^2 + X_1^2) = X_{\text{св}}^2 X_1. \quad (\text{II.61})$$

При этом ток во втором контуре становится наибольшим. Это явление также называется резонансом. Умножим (II.60) на X_1 , а (II.61) — на X_2 и вычтем их друг из друга

$$X_1^2 R_2^2 - X_2^2 R_1^2 = 0, \\ \frac{X_1}{X_2} = \pm \frac{R_1}{R_2}. \quad (\text{II.62})$$

Используя выражение (II.62) со знаком плюс, запишем (II.60) и (II.61) в виде

$$X_1 = \frac{X_{\text{св}}^2}{R_2^2 + X_2^2} \cdot \frac{R_1}{R_2} X_1, \\ X_2 = \frac{X_{\text{св}}^2}{R_1^2 + X_1^2} \cdot \frac{R_1}{R_2} X_2.$$

Таким образом, резонанс во втором из двух связанных контуров наступает в трех следующих случаях: первый случай (II.59), второй и третий случаи

$$X_1 = \pm \sqrt{\frac{R_1}{R_2} (X_{\text{св}}^2 - R_1 R_2)}, \quad (\text{II.63})$$

$$X_2 = \pm \sqrt{\frac{R_2}{R_1} (X_{\text{св}}^2 - R_1 R_2)}. \quad (\text{II.64})$$

Знак минус в выражении (II.62) неприемлем, так как получились бы мнимые X_1 и X_2 . Формулой (II.63) удобно пользоваться, когда настройка ведется путем изменения реактивности первого контура, формулой (II.64), — когда изменяется реактивность второго.

Связь, при которой сопротивление связи удовлетворяет условию

$$X_{\text{св}}^2 = R_1 R_2, \quad (\text{II.65})$$

называется критической.

Нетрудно заметить, что (II.63), (II.64) определяют условия резонанса только при наличии связи (II.49) больше критической

$$M > M_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{\omega}. \quad (\text{II.66})$$

Если связь меньше критической, амплитуда тока во втором контуре I_{2m} имеет максимум при выполнении условия (II.59). На рис. II.11 представлена зависимость $I_{2m}(X_1, X_2)$, которая является поверхностью в трехмерном пространстве. При наличии связи, больше критической, зависимость амплитуды тока во втором контуре от X_1 и X_2 показана на рис. II.12: точка (II.59) является седловой, а точки (II.63) и (II.64) — максимумами.

Связанные резонансные контуры позволяют получить более широкую полосу, чем полоса каждого контура в отдельности.

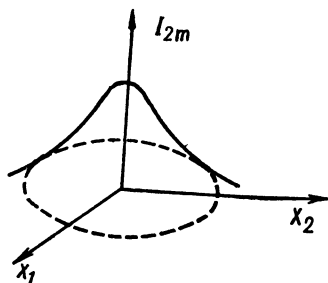


Рис. II. 11.

Именно, при связи больше критической можно выбрать седловую точку на условном уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$ относительно наибольшего значения тока.

На этом уровне измеряется полоса пропускания контура. При изменении частоты э. д. с. мы последовательно будем проходить через максимум ($X_1 > 0, X_2 > 0$), седловую точку ($X_1 = 0 = X_2$)

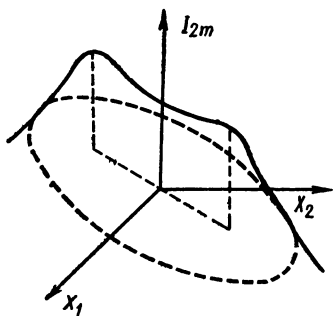


Рис. II. 12.

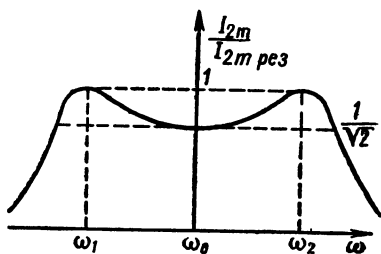


Рис. II. 13.

и максимум ($X_1 < 0, X_2 < 0$) тока I_{2m} , нигде не спускаясь ниже выбранного уровня. На рис. II.13 представлена зависимость тока во втором контуре, нормированного к его резонансному значению, от частоты э. д. с. (ср. с рис. II.5).

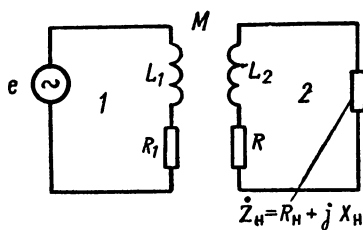


Рис. II. 14.

5.3. Трансформатор. Трансформатор состоит из двух катушек индуктивности, называемых обмотками трансформатора, которые связаны между собой взаимной индукцией.

На рис. II. 14 даны контуры (1) и (2) с трансформаторной связью. Нагрузка \dot{Z}_H в общем случае может быть комплексной

$$\dot{Z}_H = R_H + jX_H.$$

Условия передачи максимальной мощности и к. п. д. трансформатора определяются формулами, аналогичными (I.32), (I.33) (см. рис. I.10), причем сопротивлением нагрузки первого контура в данном случае является сопротивление, вносимое из второго контура в первый (II.51)

$$R_H^* = R_{вн} = \frac{X_{св}^2 (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_H + X_2)^2}. \quad (II.67)$$

Введем коэффициент связи контуров k , характеризующий степень их магнитной связи и равный отношению магнит-

ного тока Φ_{21} , охватывающего обе обмотки L_1 и L_2 , к полному потоку Φ_1 , создаваемому током первого контура

$$k = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_1}. \quad (\text{II.68})$$

Для увеличения магнитной связи между контурами обмотки трансформатора L_1 и L_2 наматываются на сердечник из материала с высокой магнитной проницаемостью μ . При этом практически отсутствует рассеяние магнитного потока, величина $k \cong 1$.

Величина индуктивности катушки пропорциональна квадрату соответствующего числа витков w

$$L_1 = b\mu w_1^2, \quad L_2 = b\mu w_2^2, \quad (\text{II.69})$$

а для взаимной индуктивности имеем соответственно

$$M = kb\mu w_1 w_2, \quad (\text{II.70})$$

где b — некоторый коэффициент пропорциональности. Используя (II.70) и (II.69), получим

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \cong \sqrt{L_1 L_2}, \quad (\text{II.71})$$

В схеме трансформатора (рис. II.14) обычно реализуются условия $R_n \gg R_2$, $X_2 \gg X_n$, $X_2 > R_n$, поэтому из формулы (II.67), учитывая (II.71) и (II.69), получим

$$R_{1\text{вн}} \cong \frac{X_{\text{св}}^2 R_n}{X_2^2} = \frac{M^2}{L_2^2} R_n = \frac{L_1}{L_2} R_n = \frac{w_1^2}{w_2^2} R_n. \quad (\text{II.72})$$

Обозначим через n отношение числа витков обмоток

$$n = \frac{w_1}{w_2}. \quad (\text{II.73})$$

Тогда

$$R_{1\text{вн}} \cong n^2 R_n. \quad (\text{II.74})$$

Формула (II.74) дает закон преобразования нагрузки с помощью трансформатора.

§ 6. Цепи с распределенными параметрами

В п. 2.3. было отмечено, что, строго говоря, параметры цепей всегда распределены вдоль участков цепи, хотя в большинстве практических случаев их можно считать сосредоточенными.¹ Когда такое допущение неприемлемо, учитывается распределенность параметров.

6.1. Уравнения длинной линии. Для передачи электромагнитной энергии часто используются двухпроводные и коаксиальные длинные линии.

¹ Критерием необходимости рассматривать цепь в качестве цепи с распределенными параметрами является то, что размеры цепи сравнимы с величиной λ (п. 2.2).

Рассмотрим эквивалентную схему бесконечно малого участка Δx длиной линии, представленную так называемым T -звеном, которая изображена на рис. II.15. Пусть величины L , C , R и G — индуктивность, емкость, сопротивление и проводимость утечки, приходящиеся на единицу длины линии.

Согласно (I.1) и (I.9), падение напряжения на участке Δx равно

$$u(x) - u(x + \Delta x) = \left(iR + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x,$$

или в дифференциальной форме

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = iR + L \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (\text{II.75})$$

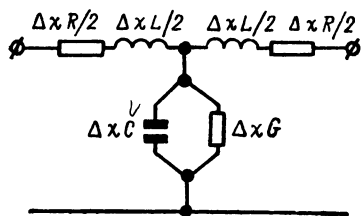


Рис. II. 15.

По первому закону Кирхгофа (I.18) для токов, сходящихся в узле, учитывая (I.5), можем написать

$$\begin{aligned} i(x) - i(x + \Delta x) &= \\ &= \left[C \frac{\partial u}{\partial t} + uG \right] \Delta x, \end{aligned}$$

или в дифференциальной форме

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} + uG. \quad (\text{II.76})$$

Для установившегося синусоидального процесса, совершив в (II.75) и (II.76) переход к комплексным амплитудам, получаем следующие уравнения:

$$-\frac{d\dot{U}_m}{dx} = (R + j\omega L) \dot{I}_m, \quad (\text{II.77})$$

$$-\frac{d\dot{I}_m}{dx} = (G + j\omega C) \dot{U}_m. \quad (\text{II.78})$$

Из этой системы уравнений следует дифференциальное уравнение второго порядка для комплексной амплитуды напряжения (или тока), например,

$$\frac{d^2 \dot{U}_m}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \dot{U}_m, \quad (\text{II.79})$$

или

$$\frac{d^2 \dot{U}_m}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U}_m, \quad (\text{II.80})$$

где $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$ — постоянная распространения (в линии без потерь $\gamma = j\beta = j\omega \sqrt{LC}$).

6.2. Решение уравнения (II.80). Теория длинных линий основана на уравнении (II.80) и исследует вопрос о распределении токов и напряжений вдоль линии. Решение уравнения (II.80) имеет вид

$$\dot{U}_m(x) = \dot{A}_m e^{-\gamma x} + \dot{B}_m e^{\gamma x}, \quad (\text{II.81})$$

где \dot{A}_m и \dot{B}_m — произвольные постоянные.

Для линии без потерь ($R=0=G$) решение будет

$$\dot{U}_m(x) = \dot{A}_m e^{-j\beta x} + \dot{B}_m e^{j\beta x}. \quad (\text{II.82})$$

Первый член в (II.82) соответствует колебанию типа

$$A_m \cos(\omega t - \beta x) = A_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Здесь максимум напряжения при увеличении t перемещается в сторону положительных значений x от начала линии. Это прямая волна. Величина

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{II.83})$$

есть скорость движения волны по линии. Используя (II.83), получим следующее выражение для β :

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (\text{II.84})$$

Второй член в (II.82) является обратной волной

$$\dot{U}_{\text{обр } m} = \dot{B}_m e^{j\beta x}. \quad (\text{II.85})$$

Отношение максимального значения напряжения в линии $U_{\text{макс}}$ к его минимальному значению $U_{\text{мин}}$ называется коэффициентом стоячей волны напряжения (КСВН)

$$r = \frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}} = \frac{|\dot{A}_m| + |\dot{B}_m|}{|\dot{A}_m| - |\dot{B}_m|}. \quad (\text{II.86})$$

Величина КСВН имеет важное значение в теории длинных линий, поскольку при передаче сигнала она дает возможность определить потери мощности в линии за счет отражений в ней.

Отношение отраженной мощности сигнала $P_{\text{отр}}$ к мощности сигнала, идущего в прямом направлении $P_{\text{пр}}$, равно

$$\frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пр}}} = \left(\frac{|\dot{B}_m|}{|\dot{A}_m|} \right)^2 = \left(\frac{r-1}{r+1} \right)^2. \quad (\text{II.87})$$

Из (II.77), учитывая (II.81), найдем комплексную амплитуду тока в линии

$$\dot{I}_m(x) = -\frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{d\dot{U}_m}{dx} = -\frac{1}{\rho} (\dot{B}_m e^{\gamma x} - \dot{A}_m e^{-\gamma x}). \quad (\text{II.88})$$

Величина $\rho = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$ называется волновым сопротивлением линии. Для линии без потерь (ср. с (II.33))

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

6.3. Входное и выходное сопротивление линии. Определим комплексное входное и выходное сопротивление линии длиной l , не имеющей потерь, как отношение комплексных амплитуд напряжения и тока в соответствующих точках линии

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} \Big|_{x=0} = -\rho \frac{\dot{B}_m + \dot{A}_m}{\dot{B}_m - \dot{A}_m} = \rho \frac{1 + \dot{B}/\dot{A}_m}{1 - \dot{B}/\dot{A}_m}, \quad (\text{II.89})$$

$$\dot{Z}_{\text{вых}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} \Big|_{x=l} = -\rho \frac{\dot{B}_m e^{j\beta l} + \dot{A}_m e^{-j\beta l}}{\dot{B}_m e^{j\beta l} - \dot{A}_m e^{-j\beta l}}. \quad (\text{II.90})$$

Заметив, что

$$\frac{\dot{B}_m}{\dot{A}_m} = \frac{\dot{Z}_{\text{вых}} - \rho}{\dot{Z}_{\text{вых}} + \rho} e^{-j2\beta l},$$

можем выразить $\dot{Z}_{\text{вх}}$ через $\dot{Z}_{\text{вых}}$

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \rho \frac{1 + \frac{\dot{Z}_{\text{вых}} - \rho}{\dot{Z}_{\text{вых}} + \rho} e^{-j2\beta l}}{1 - \frac{\dot{Z}_{\text{вых}} - \rho}{\dot{Z}_{\text{вых}} + \rho} e^{-j2\beta l}}. \quad (\text{II.91})$$

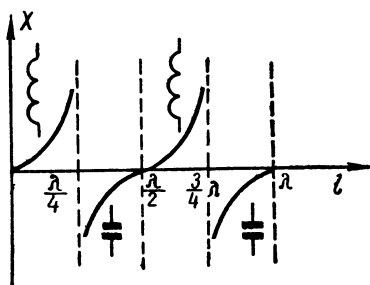


Рис. II. 16

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1) Линия, нагруженная на волновое сопротивление $\dot{Z}_{\text{вых}} = \rho$.

В этом случае $\dot{Z}_{\text{вх}} = \rho$. Отношение $\dot{B}_m/\dot{A}_m = 0$, т. е. в линии нет отражений (режим бегущих волн).

2) Короткозамкнутая линия: $\dot{Z}_{\text{вых}} = 0$.

В этом случае

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \rho \frac{1 - e^{-j2\beta l}}{1 + e^{-j2\beta l}} = j\rho \operatorname{tg} \beta l = j\rho \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{\lambda} l \right). \quad (\text{II.92})$$

На рис. II.16 нанесены значения $X = \rho \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{\lambda} l \right)$ для $l = 0 \div \lambda$. Заметим, что при $l = \frac{\lambda}{4}$ короткозамкнутая линия без потерь является идеальным изолятором, а при $l = \frac{\lambda}{2}$ создает короткое замыкание. На интервалах $0 \div \frac{\lambda}{4}$ и $\frac{\lambda}{2} \div \frac{3}{4}\lambda$ она ведет себя как индуктивность, а на интервалах $\frac{\lambda}{4} \div \frac{\lambda}{2}$ и $\frac{3}{4}\lambda \div \lambda$ — как емкость.

3) Разомкнутая линия: $\dot{Z}_{\text{вых}} = \infty$. В этом случае

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = -j\rho \operatorname{ctg} \beta l; \quad (\text{II.93})$$

График $X(l)$ для этого случая приведен на рис. II.17.

4) Согласующий четвертьволновой трансформатор. Рассмотрим случай, когда между линиями 1 и 3 включен отрезок линии 2, длиной $\frac{\lambda}{4}$ (рис. II.18). Определим входное сопротивление линии 2, на которое оказывается нагруженной линия 1 (см. (II.91))

$$\dot{Z}_{2\text{вх}} = \rho_2 \frac{1 + \dot{B}_{2m}/\dot{A}_{2m}}{1 - \dot{B}_{2m}/\dot{A}_{2m}}, \quad (\text{II.94})$$

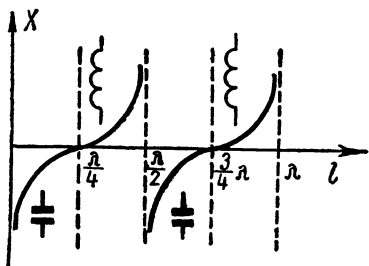


Рис. II.17

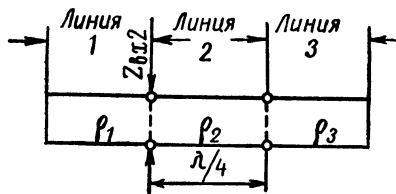


Рис. II.18.

где

$$\frac{\dot{B}_{2m}}{\dot{A}_{2m}} = \frac{\dot{Z}_{2\text{вых}} - \rho_2}{\dot{Z}_{2\text{вых}} + \rho_2} e^{-j2\beta_2 l_2}.$$

Так как $\beta_2 l_2 = \frac{2\pi}{\lambda} l_2 = \frac{\pi}{2}$, то

$$\frac{\dot{B}_{2m}}{\dot{A}_{2m}} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2} e^{-j\pi} = -\frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}. \quad (\text{II.95})$$

Подставив (II.95) в (II.94), получим

$$\dot{Z}_{2\text{вх}} = \frac{\rho_2^2}{\rho_3}. \quad (\text{II.96})$$

При $\rho_2 = \sqrt{\rho_1 \rho_3}$ первая линия оказывается нагруженной на сопротивление $\dot{Z}_{2\text{вх}} = \rho_1$, т. е. равное ее волновому сопротивлению. Таким образом, четвертьволновая линия с волновым сопротивлением, равным среднему геометрическому волновых сопротивлений линий 1 и 3, согласует эти линии и передача мощности происходит без отражений.

6.4. Искусственная длинная линия. Можно сделать цепочную длинную линию, состоящую из n звеньев идентичных катушек индуктивности L_1 и конденсаторов C_1 (рис. II.19). Скорость движения волны (II.83) в такой линии равна

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{l}{\sqrt{L_0 C_0}},$$

где l — длина, а L_0 и C_0 — индуктивность и емкость всей линии. Если $L_0 = nL_1$ и $C_0 = nC_1$, где n — число звеньев, а L_1 и C_1 — индуктивность и емкость каждого звена, то волновое сопротивление искусственной линии равно

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Если при увеличении числа звеньев n уменьшаются C_1 и L_1 так, что сохраняется $\rho = \text{const}$, то линия приближается к естественной. Частота сигнала, передаваемого по линии, должна быть меньше резонансной частоты ячейки линии.

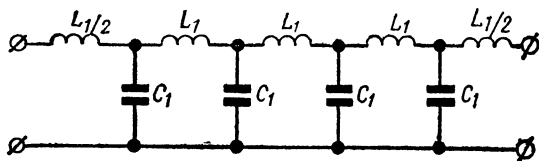


Рис. II. 19

6.5. Уравнения волноводов. Передача электромагнитной энергии в диапазоне сантиметровых и миллиметровых волн осуществляется по волноводам, которые представляют собой трубы из проводящего материала.

Основой теории волноводов являются уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \text{rot } \mathbf{H}, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\text{rot } \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (\text{II.97})$$

Для пустоты $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ и $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ (ϵ_0 — электрическая и μ_0 — магнитная постоянные в системе СИ). При этом $\text{div } \mathbf{D} = 0$ (нет зарядов), $\text{div } \mathbf{B} = 0$ (магнитные силовые линии замкнуты) и ток проводимости равен нулю (проводимость среды отсутствует).

Для установившегося синусоидального режима, используя метод комплексных амплитуд, можем заменить дифференцирование вектора по времени умножением его на $j\omega$

$$\begin{aligned} j\omega\epsilon_0 \mathbf{E} &= \text{rot } \mathbf{H}, \\ j\omega\mu_0 \mathbf{H} &= -\text{rot } \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (\text{II.98})$$

Из системы (II.98) может быть получено уравнение, содержащее только \mathbf{E} или \mathbf{H} , например,

$$j\omega\epsilon_0 \mathbf{E} = \text{rot} \left[\frac{j}{\omega\mu_0} \text{rot } \mathbf{E} \right] = \frac{j}{\omega\mu_0} \text{rot rot } \mathbf{E},$$

и так как

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \text{grad div } \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E},$$

то

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (\text{II.99})$$

где k — волновое число, равное $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$, $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ — электродинамическая постоянная, равная скорости света в вакууме; λ — длина волны в вакууме (свободном пространстве).

В декартовой системе координат волновое уравнение (II.99) распадается на три уравнения для проекций вектора на оси x , y , z

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \dot{E}_{xm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{xm}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{xm}}{\partial z^2} \right) + k^2 \dot{E}_{xm} &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial z^2} \right) + k^2 \dot{E}_{ym} &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2 \dot{E}_{zm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{zm}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{zm}}{\partial z^2} \right) + k^2 \dot{E}_{zm} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.100})$$

6.6. Решение волнового уравнения для прямоугольного волновода. Рассмотрим конкретный случай — полую металлическую трубу прямоугольного сечения, возбуждаемую синусоидальным полем, при-

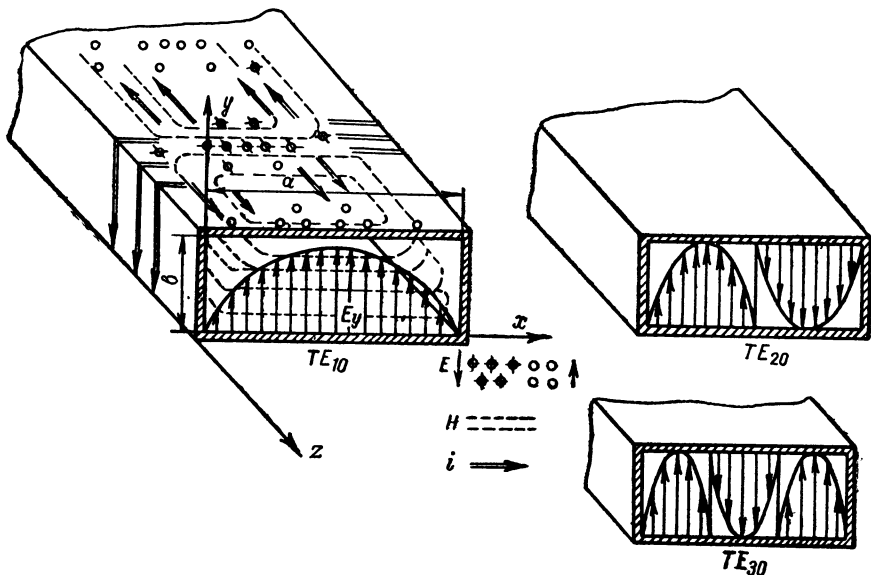


Рис. II. 20.

ложенным по оси y между широкими стенками (рис. II.20). Тогда $\dot{E}_{xm} = 0$, $\dot{E}_{zm} = 0$; уравнения (II.100) дают

$$\left(\frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial z^2} \right) + k^2 \dot{E}_{ym} = 0. \quad (\text{II.101})$$

Решение уравнения (II.101) записывается в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от x или от z :

$$\dot{E}_{ym}(x, z) = \dot{\mathcal{E}}_{ym}(x) e^{-\gamma z}. \quad (\text{II.102})$$

Функция $\dot{\mathcal{E}}_{ym}(x)$ передает распределение электрического поля по координате x , а затухание при распространении по волноводу вдоль направления z имеет экспоненциальный характер.

Подставив (II.102) в (II.101), получим

$$\frac{d^2 \dot{\mathcal{E}}_{ym}}{dx^2} + (k^2 + \gamma^2) \dot{\mathcal{E}}_{ym} = 0. \quad (\text{II.103})$$

Общее решение уравнения (II.103) будет

$$\dot{E}_{ym} = \dot{A}_m \sin(\sqrt{k^2 + \gamma^2} x) + \dot{B}_m \cos(\sqrt{k^2 + \gamma^2} x). \quad (\text{II.104})$$

При граничных условиях $E_{ym}(x=0) = 0$, $E_{ym}(x=a) = 0$ („бесконечная“ электропроводность стенок)

$$\dot{B}_m = 0, \quad \sqrt{k^2 + \gamma^2} a = m\pi, \quad (\text{II.105})$$

где $m = 1, 2, 3 \dots$. Подставляя (II.105) в (II.104), запишем (II.102) в виде

$$\dot{E}_{ym} = \dot{A}_m \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-\gamma z}. \quad (\text{II.106})$$

Модуль комплексной амплитуды (II.106) является модулем временной функции электрического поля

$$E_y(x, y, z, t) = A_m \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-\gamma z} \cos \omega t. \quad (\text{II.107})$$

Таким образом, распределение поля вдоль оси x носит синусоидальный характер, от y поле не зависит, а вдоль оси z поле „затухает“.

Из соотношения (II.105) выразим значение постоянной распространения γ

$$\gamma = \sqrt{\frac{m^2 \pi^2}{a^2} - k^2}. \quad (\text{II.108})$$

Видно, что γ может быть величиной мнимой, в этом случае, как следует из (II.106), по волноводу распространяется незатухающая волна.

$$E_y(x, y, z, t) = A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \cos(\omega t - \beta z), \quad (\text{II.109})$$

где

$$\beta = \sqrt{k^2 - \frac{m^2 \pi^2}{a^2}}.$$

Для выполнения (II.109) необходимо, чтобы длина волны электромагнитных колебаний в свободном пространстве λ была меньше, чем так называемая критическая длина волны $\lambda_{кр}$ ($\gamma = 0$ в (II.108))

$$\lambda < \lambda_{кр} = \frac{2a}{m}. \quad (\text{II.110})$$

Для простейшего типа колебаний, когда $m = 1$ и вдоль широкой стенки волновода укладывается половина волны, условие распространения волны без затухания будет

$$\lambda < \lambda_{кр} = 2a. \quad (\text{II.111})$$

При этом поле внутри волновода описывается функцией

$$E(x, y, z, t) = E_y(x, y, z, t) = A \sin \frac{\pi x}{T} \cos \left[\frac{2\pi t}{T} - 2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_{кр}^2}} z \right]. \quad (\text{II.112})$$

Из соотношения (II.112) следует, что период распределения поля вдоль оси волновода зависит от длины волны в вакууме и от критической длины волны. Длина волны в волноводе λ_v определяется соотношением

$$\frac{1}{\lambda_v} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_{кр}^2}}. \quad (\text{II.113})$$

Длина волны в волноводе всегда больше длины волны в воздухе. Определим некоторые основные типы колебаний в волноводах. Рассмотренный выше тип волн обозначается TE_{10} (по оси x укладывается одна полуволна, по оси y — нет распределения поля) и называется поперечно-электрическим типом, так как электрическое поле перпендикулярно направлению распространения. Он обозначается также H_{10} , так как имеет составляющую магнитного поля в направлении распространения. В общем случае числа m и n в

обозначении TE_{mn} (H_{mn}) соответствуют числу поперечных изменений напряженности поперечного электрического поля по сторонам прямоугольного волновода (по осям x, y).

Тип TE_{10} имеет то преимущество, что для него могут быть выбраны размеры прямоугольного волновода такие, что другие типы TE_{mn} в волноводе будут затухать. При этом должно выполняться условие

$$\frac{2a}{m} < \lambda < 2a.$$

В прямоугольном волноводе возможны такие типы волн, для которых магнитное поле перпендикулярно направлению распространения (поперечно-магнитные волны) — TM_{mn} .

Рис. II.20 иллюстрирует распределения электрического и магнитного полей, а также токов на стенках волноводов для некоторых типов волн в прямоугольном волноводе.

Возбуждение волн в волноводах может производиться с помощью штыря, петли или отверстия. Штырь при этом, например, располагается по линиям поля E для соответствующего типа волн.

Разрезы в стенках волновода во избежание чрезмерных потерь рекомендуется делать вдоль линий токов. В прямоугольном волноводе для типа TE_{10} разрез по середине широкой стенки возможен, а по узкой — весьма нежелателен. Так, для снятия картины электрического поля внутри волновода применяется зонд, перемещаемый в щели по широкой стенке.

Круглый волновод применяется, например, для передачи волн типа TE_{11} (здесь запись в цилиндрических координатах, т. е. индексы m и n по координатам θ и r), который удобен тем, что при соединении круглого волновода с прямоугольным при помощи плавного перехода он непосредственно переходит в тип TE_{10} в прямоугольном волноводе (рис. II.21). Решение уравнений Максвелла для волноводов круглого сечения проводится в цилиндрической системе координат и волновое уравнение является уравнением Бесселя. Условия возникновения волн высших порядков ($m > 1, n > 1$) связаны с радиусом волновода r_0 через нули соответствующей функции Бесселя, например, для типа TE_{11}

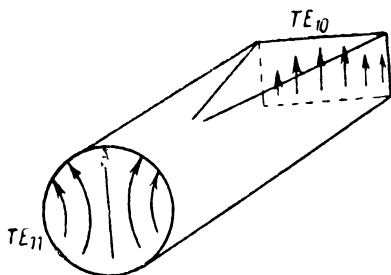


Рис. II. 21

прямоугольным при помощи плавного перехода он непосредственно переходит в тип TE_{10} в прямоугольном волноводе (рис. II.21). Решение уравнений Максвелла для волноводов круглого сечения проводится в цилиндрической системе координат и волновое уравнение является уравнением Бесселя. Условия возникновения волн высших порядков ($m > 1, n > 1$) связаны с радиусом волновода r_0 через нули соответствующей функции Бесселя, например, для типа TE_{11}

$$J_1\left(\frac{2\pi r_0}{\lambda_{кр}}\right) = 0, \quad (II.114)$$

где $\lambda_{кр} = 1,64r_0$ — критическая длина волны.

§ 7. Некоторые вопросы общей теории линейных цепей

7.1. Принцип наложения и спектральный метод. Рассмотрим некоторые общие принципы, которым подчиняется линейная цепь. Пусть в цепи, которая описывается линейным уравнением с постоянными коэффициентами

$$A_n \frac{d^n i}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + \dots + A_1 \frac{di}{dt} + A_0 i = f(t), \quad (II.115)$$

величина $f(t)$ поочередно принимает значения

$$f_1(t), f_2(t), \dots, f_p(t). \quad (II.116)$$

Пусть соответствующие решения для тока в цепи будут

$$i_1, i_2, \dots i_p. \quad (\text{II.117})$$

Если теперь все величины (II.116) действуют одновременно, т. е.

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_p(t), \quad (\text{II.118})$$

то уравнению (II.115) удовлетворяет решение

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_p. \quad (\text{II.119})$$

В этом состоит так называемый принцип наложения (суперпозиции): действие „суммы причин” равно „сумме действий”, вызываемых каждой причиной, отдельно взятой.

Если сложное несинусоидальное напряжение, воздействующее на линейную цепь, можно представить в виде суммы синусоидальных, то на основании принципа наложения можно определить токи в цепи под действием каждого напряжения в отдельности, и сумма этих токов будет являться током в линейной цепи, протекающим под действием сложного напряжения. Такой подход называют спектральным методом. Разложение в зависимости от того, является ли функция периодической или нет, осуществляют разными способами.

1) Любая периодическая функция с периодом T , удовлетворяющая условиям Дирихле, которые в физических задачах всегда выполняются, может быть представлена в виде тригонометрического ряда Фурье

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t], \quad (\text{II.120})$$

где

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos n\Omega t dt, \quad (\text{II.121})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin n\Omega t dt. \quad (\text{II.122})$$

Разложение (II.120) может быть преобразовано к такому виду

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\Omega t + \varphi_n), \quad (\text{II.123})$$

причем (см. (II.121), (II.122))

$$c_n \cos \varphi_n = b_n, \quad (\text{II.124})$$

$$c_n \sin \varphi_n = a_n. \quad (\text{II.125})$$

Третий возможный вид записи — ряд в комплексной форме

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\Omega t}, \quad (\text{II.126})$$

где (см. (II.124), (II.125))

$$\dot{C}_n = a_n - jb_n = c_n e^{-j\varphi_n}, \quad (\text{II.127})$$

$$\dot{C}_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\Omega t} dt. \quad (\text{II.128})$$

Иногда вводится функция $\dot{S}(\omega)$, которая называется спектральной функцией или просто спектром функции $f(t)$. Она определяется из соотношения

$$\dot{C}_n = \frac{2}{T} \dot{S}(n\Omega), \quad (\text{II.129})$$

причем

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (\text{II.130})$$

2) Если функция непериодическая, она может быть представлена интегралом Фурье. Этот интеграл получается из ряда Фурье (II.126) при $T \rightarrow \infty$ следующим предельным переходом:

$$\frac{2\pi}{T} = \Omega \rightarrow d\Omega,$$

$$n\Omega \rightarrow \omega,$$

$$\dot{C}_n \rightarrow \frac{1}{\pi} \dot{S}(\omega) d\omega,$$

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (\text{II.131})$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (\text{II.132})$$

Интеграл (II.132) можно рассматривать как разложение на бесконечное множество синусоидальных гармоник с непрерывным спектром, причем величина $\frac{1}{\pi} \dot{S}(\omega) d\omega$ имеет смысл амплитуды гармоники. Преобразования (II.131), (II.132) показывают, что временной процесс может быть определен либо функцией времени $f(t)$, либо заданием его спектра $\dot{S}(\omega)$, являющегося функцией частоты. Оба представления равносильны, но в одних случаях удобнее „временной язык“, в других — „спектральный“.

Когда сигнал $u(t)$ не зависит от времени, его спектр $|\dot{S}(\omega)|$ отличен от нуля только в точке $\omega = 0$ (рис. II.22), а когда сигнал не равен нулю только в точке $t = 0$, его спектр не зависит от частоты (рис. II.23).

В первом случае мы имеем постоянное напряжение $u(t) = \text{const}$, во втором случае — очень короткий выброс $u(t)$.

Рассмотрим частный случай

$$u(t) = Ue^{-\alpha t^2}.$$

Согласно (II.131) имеем

$$|\dot{S}(\omega)| = U \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega^2/(4\alpha)}.$$

Спектральная плотность функции Гаусса является также функцией Гаусса.

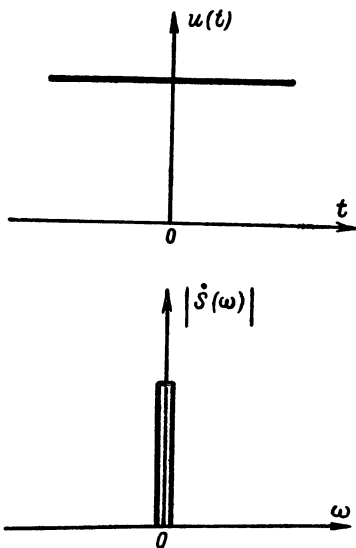


Рис. II. 22

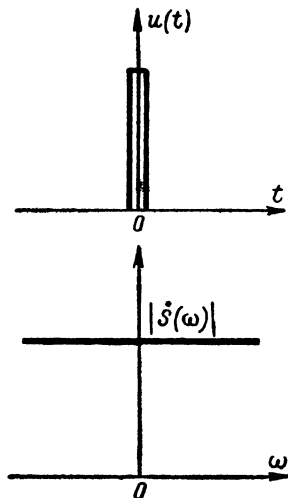


Рис. II. 23.

7.2. Распределение энергии в спектре сигнала. Пусть сигнал $f(t)$ допускает представление в виде интеграла Фурье (II.132). Вычислим следующий интеграл:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt. \end{aligned}$$

Величина

$$\dot{S}^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt$$

является комплексно-сопряженной с величиной $\dot{S}(\omega)$ (II.131).

Таким образом, имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(\omega)|^2 d\omega. \quad (\text{II.133})$$

Соотношение (II.133) известно под названием теоремы Р е л е я. Если, например, $f(t)$ — сила тока, то в формуле (II.133) интеграл слева пропорционален энергии, а следовательно, справа — тоже. Это обстоятельство позволяет приписать каждому участку спектра ω плотность распределения энергии (спектральную плотность), пропорциональную $|\dot{S}(\omega)|^2$. Например, спектральная плотность энергии одиночного короткого выброса не зависит от частоты (рис. II.23).

7.3. Операторный метод. Кроме преобразования Фурье (II.131), (II.132) используются и другие, из которых самым распространенным является преобразование Лапласа

$$f(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt, \quad (\text{II.134})$$

где

$$p = \alpha + j\omega \quad (\text{II.135})$$

$$(f(t) = 0 \text{ при } t < 0);$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} f(p) e^{pt} dt, \quad (\text{II.136})$$

где $t \geq 0$, $C > C_0$. Сравним его с так называемым односторонним преобразованием Фурье, в которое переходят формулы (II.132), (II.131), когда $f(t) = 0$ при $t < 0$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (\text{II.137})$$

$$\dot{S}(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (\text{II.138})$$

Преобразованная по Фурье функция (II.138) от исходной функции $f(t)$ может рассматриваться как предел, к которому стремится преобразованная по Лапласу функция (II.134) от той же исходной функции при стремлении вещественной части p к нулю (если преобразование Фурье рассматривалось нами выше как разложение на бесконечное множество незатухающих гармоник, то преобразование Лапласа в этом смысле может рассматриваться как „разложение на затухающие гармоники“). Применение преобразования Лапласа (II.134) к дифференциальному уравнению (II.115) приводит к алгебраическому уравнению

$$A_n p^n i(p) + A_{n-1} p^{n-1} i(p) + \dots + A_1 p i(p) + A_0 i(p) = u(p). \quad (\text{II.139})$$

Метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений (а также уравнений в частных производных), который основан на формальном обращении с символом p как с алгебраической величиной, получил название операторного метода (операционного исчисления). В уравнении (II.139)

оператор p „отделяется” от функции $i(p)$ так, что сразу может быть написано решение для преобразованной по Лапласу функции $i(p)$

$$i(p) = \frac{u(p)}{A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + A_1 p + A_0}. \quad (\text{II.140})$$

Выражение (II.140) формально совпадает с тем, которое можно получить комплексным методом для гармонического напряжения $u(t)$. Для многих электрических цепей с сосредоточенными параметрами и для большинства функций $u(t)$ выражение (II.140) представляет всегда рациональную функцию оператора p вида

$$i(p) = \frac{M(p)}{N(p)}.$$

В этом случае интеграл (II.136) будет иметь вид

$$i(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} \frac{M(p)}{N(p)} e^{pt} dp. \quad (\text{II.141})$$

Одним из способов вычисления (II.141) является разложение подынтегральной функции на простые дроби. Вычисление (II.141) облегчается наличием подробных таблиц преобразованных по Лапласу функций $f(t) \rightarrow f(p)$.

Рассмотрим, например, переходной процесс в последовательном колебательном контуре (см. рис. II.4). Операторное уравнение будет

$$Lpi(p) + Ri(p) + \frac{i(p)}{pC} = u(p).$$

Операторное решение для тока

$$i(p) = \frac{u(p)}{R + Lp + \frac{1}{pC}}.$$

Пусть $u(t) = 1$ (включение „единичной ступеньки” напряжения). Тогда

$$u(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \frac{1}{p},$$

$$i(p) = \frac{1}{L(p-p_1)(p-p_2)},$$

где p_1 и p_2 —корни уравнения $p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$. Обратное преобразование Лапласа дает решение (II.10). Применение преобразования Лапласа связано с меньшими ограничениями, чем применение преобразования Фурье, так как последнее требует абсолютной интегрируемости рассматриваемых функций. Например, функция $u(t) = U \sin \omega t$ не может быть преобразована по Фурье, а только по Лапласу.

Преобразование Лапласа является основным методом при расчете переходных процессов в электрических цепях.

7. 4. Неискаженное прохождение сигнала через линейную цепь. Применяя спектральный метод к некоторой цепи, можно рассматривать прохождение через нее каждой спектральной составляющей входного напряжения по отдельности. Пусть для составляющей с частотой ω коэффициент передачи цепи определяется формулой

$$K = \frac{\dot{U}_{\text{вых } m}}{\dot{U}_{\text{вх } m}} = \frac{U_{\text{вых } m} e^{j\varphi_{\text{вых}}}}{U_{\text{вх } m} e^{j\varphi_{\text{вх}}}}, \quad (\text{II.142})$$

где $\dot{U}_{\text{вых } m}$ и $\dot{U}_{\text{вх } m}$ — комплексные амплитуды выходного и входного напряжения. Зависимость $K(\omega) = |\dot{K}|$ называется амплитудно-частотной характеристикой, а зависимость $\Delta\varphi(\omega) = \varphi_{\text{вых}} - \varphi_{\text{вх}}$ — фазово-частотной характеристикой цепи.

При $K > 1$ имеет место усиление, а при $K < 0$ — ослабление входного сигнала в данной цепи. Величина $\Delta\varphi$ показывает, какой фазовый сдвиг получает составляющая, пройдя через данную цепь.

Найдем условия, при которых сигнал не искажается при прохождении через цепь. Сигнал принято считать неискаженным при пропорциональном увеличении или уменьшении всех его мгновенных значений и сдвиге во времени на постоянную величину, т. е. при

$$u_{\text{вых}}(t) = K u_{\text{вх}}(t + \Delta t).$$

Это условие на спектральном языке выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{a_{0 \text{ вых}}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_{n \text{ вых}} \sin(n\omega t + \varphi_{n \text{ вых}}) = \\ = K \frac{a_{0 \text{ вх}}}{2} + K \sum_{n=1}^{\infty} c_{n \text{ вх}} \sin[n\omega(t + \Delta t) + \varphi_{n \text{ вх}}]. \end{aligned}$$

Последнее равенство будет тождеством, если

$$\begin{aligned} \frac{a_{0 \text{ вых}}}{2} = K \frac{a_{0 \text{ вх}}}{2}, \quad c_{n \text{ вых}} = K c_{n \text{ вх}}, \\ n\omega t + \varphi_{n \text{ вых}} = n\omega t + n\omega\Delta t + \varphi_{n \text{ вх}} + 2\pi l, \end{aligned}$$

где $l = 0, 1, 2, 3, \dots$. Передача будет неискаженной при условии, что амплитудная характеристика не зависит от частоты, а фазовая характеристика является линейной функцией частоты

$$K = \frac{a_{0 \text{ вых}}}{a_{0 \text{ вх}}} = \frac{c_{n \text{ вых}}}{c_{n \text{ вх}}} = \text{const}, \quad (\text{II.143})$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{n \text{ вых}} - \varphi_{n \text{ вх}} = n\omega\Delta t + 2\pi l. \quad (\text{II.144})$$

Характеристики реальных цепей удовлетворяют этим требованиям только в ограниченном интервале частот и с малыми отклонениями.

7.5 Метод четырехполюсника. Рассмотрение участка цепи как элемента некоторой сложной системы может вестись только на основании его свойств, проявляющихся на входных и выходных зажимах. Участок цепи, имеющий два входных и два выходных зажима, называется четырехполюсником (рис. II. 24). Если связь между входными и выходными токами и напряжениями подчиняется принципу наложения и определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} i_{1m} &= \dot{Y}_{11} \dot{U}_{1m} + \dot{Y}_{12} \dot{U}_{2m}, \\ i_{2m} &= \dot{Y}_{21} \dot{U}_{1m} + \dot{Y}_{22} \dot{U}_{2m}, \end{aligned} \quad (\text{II.145})$$

то четырехполюсник называется линейным.

Здесь индексами 11, 22, 21 и 12 обозначены входные, выходные и проходные параметры четырехполюсника, например, \dot{Y}_{11} имеет смысл входной проводимости при «закороченном» выходе ($\dot{U}_{2m} = 0$). Система уравнений (II.145) может быть записана в матричной форме

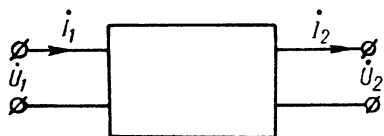


Рис. II. 24.

$$\begin{Bmatrix} i_{1m} \\ i_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m} \\ \dot{U}_{2m} \end{Bmatrix}. \quad (\text{II.146})$$

В (II.146) использованы так называемые \dot{Y} -параметры, могут быть использованы \dot{Z} -параметры и т. д.

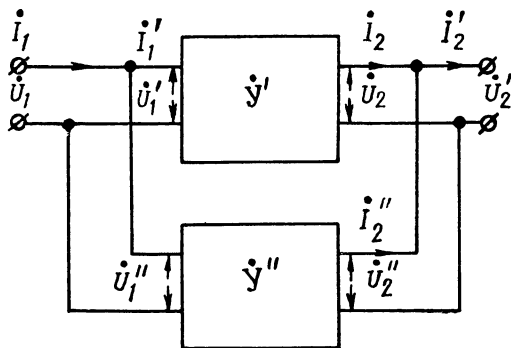


Рис. II. 25

В качестве примера рассмотрим расчет параллельного соединения двух четырехполюсников (рис. II.25). При таком соединении имеют место следующие равенства:

$$\dot{U}_{1m} = \dot{U}'_{1m} = \dot{U}''_{2m}, \quad \dot{U}_{2m} = \dot{U}'_{2m} = \dot{U}''_{2m},$$

или в матричной форме

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m} \\ \dot{U}_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{U}'_{1m} \\ \dot{U}'_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{U}''_{1m} \\ \dot{U}''_{2m} \end{Bmatrix}. \quad (\text{II.147})$$

Уравнения четырехполюсников в системе \dot{Y} -параметров будут

$$\begin{Bmatrix} i'_{1m} \\ i'_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{Y}'_{11} & \dot{Y}'_{12} \\ \dot{Y}'_{21} & \dot{Y}'_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}'_{1m} \\ \dot{U}'_{2m} \end{Bmatrix}, \quad (\text{II.148})$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{I}_{1m}'' \\ \dot{I}_{2m}'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}' & \dot{Y}_{12}' \\ \dot{Y}_{21}' & \dot{Y}_{22}' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m}' \\ \dot{U}_{2m}' \end{Bmatrix}. \quad (\text{II.149})$$

Так как $\dot{I}_{1m} = \dot{I}_{1m}' + \dot{I}_{1m}''$ и $\dot{I}_{2m} = \dot{I}_{2m}' + \dot{I}_{2m}''$, то

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{I}_{1m} \\ \dot{I}_{2m} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \dot{I}_{1m}' \\ \dot{I}_{2m}' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{I}_{1m}'' \\ \dot{I}_{2m}'' \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}' & \dot{Y}_{12}' \\ \dot{Y}_{21}' & \dot{Y}_{22}' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m}' \\ \dot{U}_{2m}' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}'' & \dot{Y}_{12}'' \\ \dot{Y}_{21}'' & \dot{Y}_{22}'' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m}'' \\ \dot{U}_{2m}'' \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{II.150})$$

Используя (II.147), получаем

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{I}_{1m} \\ \dot{I}_{2m} \end{Bmatrix} &= \left[\begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}' & \dot{Y}_{12}' \\ \dot{Y}_{21}' & \dot{Y}_{22}' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}'' & \dot{Y}_{12}'' \\ \dot{Y}_{21}'' & \dot{Y}_{22}'' \end{Bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m} \\ \dot{U}_{2m} \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} \dot{Y}_{11}' + \dot{Y}_{11}'', & \dot{Y}_{12}' + \dot{Y}_{12}'' \\ \dot{Y}_{21}' + \dot{Y}_{21}'', & \dot{Y}_{22}' + \dot{Y}_{22}'' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{1m} \\ \dot{U}_{2m} \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{II.151})$$

Таким образом, при параллельном соединении четырехполюсников матрица Y -параметров есть сумма матриц Y -параметров отдельных четырехполюсников.

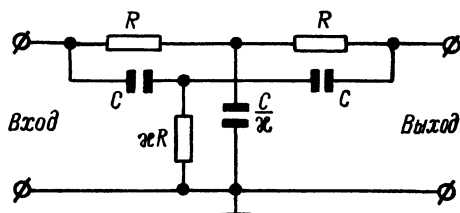


Рис. II. 26.

Практической схемой параллельного соединения четырехполюсников является двойной T -мост на R и C (рис. II.26). Пусть $R, \frac{C}{x}$, R — первый [четыреполюсник, а C, xR, C — второй из двух, соединенных [параллельно (рис. II.26). Тогда согласно (II.151) имеем

$$\begin{aligned} (\dot{Y}_{11}' + \dot{Y}_{11}'') \dot{U}_{1m} + (\dot{Y}_{12}' + \dot{Y}_{12}'') \dot{U}_{2m} &= \dot{I}_{1m} = 0, \\ (\dot{Y}_{21}' + \dot{Y}_{21}'') \dot{U}_{1m} + (\dot{Y}_{22}' + \dot{Y}_{22}'') \dot{U}_{2m} &= \dot{I}_{2m} = 0. \end{aligned}$$

Коэффициент передачи двойного T -моста определится из этих уравнений следующим образом:

$$|\dot{K}| = \left| \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{U}_{1m}} \right| = \left| \frac{\dot{Y}_{21}' + \dot{Y}_{21}''}{\dot{Y}_{22}' + \dot{Y}_{22}''} \right| = \left| \frac{\dot{Y}_{11}' + \dot{Y}_{11}''}{\dot{Y}_{12}' + \dot{Y}_{12}''} \right|. \quad (\text{II.152})$$

Проводимости отдельных T -цепочек равны (см. рис. II.27, II.28)

$$\begin{aligned} \dot{Y}'_{21} &= \frac{i'_{2m}}{\dot{U}'_{1m}} \Big|_{\dot{U}'_{2m}=0} = \frac{j\omega C}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{\kappa R}}} \times \\ &\times \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{\kappa R}} = \frac{j\omega C}{2 + \frac{1}{j\omega C \kappa R}} = \frac{\kappa R}{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)^2 + \frac{2\kappa R}{j\omega C}}, \\ \dot{Y}''_{21} &= \frac{i''_{2m}}{\dot{U}''_{1m}} \Big|_{\dot{U}''_{2m}=0} = \frac{\frac{1}{R}}{R + \frac{1}{\frac{j\omega C}{\kappa} + \frac{1}{R}}} \cdot \frac{j\omega C}{\kappa} + \frac{1}{R} = \\ &= \frac{\kappa}{j\omega C R^2 + 2\kappa R} = \frac{\frac{\kappa}{j\omega C}}{R^2 + \frac{2\kappa R}{j\omega C}} \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

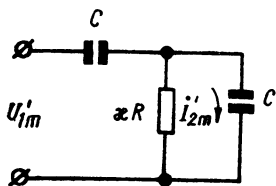


Рис. II. 27.

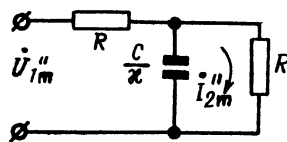


Рис. II. 28.

Подставив эти выражения в (II.152), получим

$$|\dot{K}| = \left| \frac{\kappa R \left(R^2 - j \frac{2\kappa R}{\omega C} \right) + j \frac{\kappa}{\omega C} \left(\frac{1}{\omega^2 C^2} + j \frac{2\kappa R}{\omega C} \right)}{\left(\kappa R - j \frac{1}{\omega C} \right) \left(R - j \frac{2\kappa R}{\omega C} \right) - \left(\frac{1}{\omega^2 C^2} + j \frac{2\kappa R}{\omega C} \right) \left(R - j \frac{\kappa}{\omega C} \right)} \right|. \quad (\text{II.153})$$

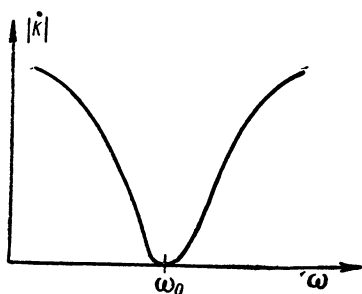


Рис. II. 29

Исследуем поведение $|\dot{K}|$ вблизи частоты

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (\text{II.154})$$

Коэффициент передачи (II.153) на этой частоте (II.154) является функцией величины κ

$$|\dot{K}| = \frac{\kappa - 2\kappa^2}{1 + \kappa + 2\kappa^2}. \quad (\text{II.155})$$

При $\kappa = 0,5$ коэффициент передачи равен нулю и двойной T -мост может быть использован в качестве так называемого «фильтра-пробки». Зависимость $|\dot{K}|$ от частоты ω приведена на рис. II.29.

Глава III

ЭЛЕКТРОННЫЕ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ В РАДИОСХЕМАХ

§ 8. Электронные лампы

8.1. Двухэлектродные лампы. Двухэлектродная лампа — диод представляет собой откачанный баллон, в котором размещены электроды: катод, эмитирующий электроны, и анод. Испускание электронов с катода происходит обычно на основе явления термоэмиссии (катод имеет подогреватель — накал). Между анодом и катодом приложено электрическое напряжение плюсом к аноду, минусом к катоду. Под действием возникающего электрического поля электроны, имеющие отрицательный заряд, летят в сторону анода. Зависимость тока диода i_a от приложенного к нему напряжения u_a называется статической характеристикой диода (вольт-амперной характеристикой). Ее вид при больших напряжениях u_a определяется типом катода (рис. III. 1): например, для вольфрамового катода имеется ток насыщения, при этом i_a не зависит от u_a (кривая 1), для оксидных (активированных) катодов насыщение отсутствует (кривая 2) и при некотором токе может произойти разрушение катода. Статические характеристики снимаются экспериментально и приводятся в справочниках по электровакуумным приборам. Вблизи каждой точки характеристики изменение тока при изменении u_a определяется дифференциалом

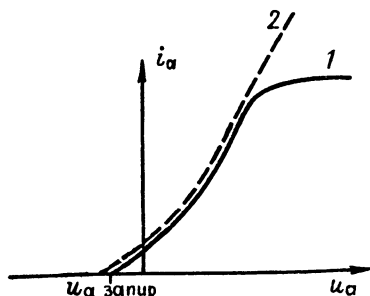


Рис. III. 1.

$$|di_a| = \frac{\partial i_a}{\partial u_a} du_a. \quad (\text{III. 1})$$

Величина $S = \frac{\partial I_a}{\partial U_a}$ определяет наклон характеристики диода в данной точке. Она измеряется обычно в $\frac{мА}{В}$ и называется крутизной анодной характеристики.

Величина $R_i = \frac{\partial U_a}{\partial I_a}$ называется внутренним сопротивлением переменному току (дифференциальным сопротивлением). Внутреннее сопротивление закрытого диода (при отрицательном напряжении на аноде¹) очень велико. Это позволяет использовать диоды для выпрямления переменного тока. Специальные диоды, предназначенные для этой цели, называются кенотронами. Реальная характеристика кенотрона на значительном участке мало отличается от прямой линии (штриховая линия 2 на рис. III.1). Для кенотронов нужно знать не параметры в данной точке, а так называемые параметры по постоянному току и средние параметры. Отношение постоянного напряжения на диоде к вызванному им постоянному току I_a называется внутренним сопротивлением постоянному току

$$R_0 = \frac{U_a}{I_a}. \quad (\text{III.2})$$

Среднее сопротивление определяется как отношение амплитуд приложенного синусоидального напряжения и первой гармоники протекающего тока.

Рассмотрим некоторые применения диодов для выпрямления, например, однополупериодный выпрямитель, схема которого изображена на рис. III.2. Переменное напряжение сети изменяется до нужной величины с помощью трансформатора Тр. Оно приложено к электродам кенотрона.

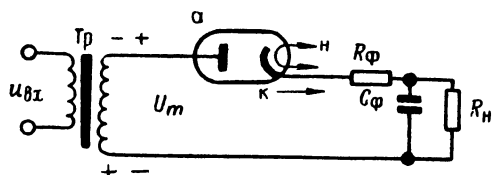


Рис. III.2.

За время, в течение которого на аноде диода действует положительное напряжение, ток, протекающий через диод, заряжает конденсатор фильтра C_f до напряжения, примерно равного амплитудному значению U_m . Когда напряжение на аноде диода отрицательно, он закрыт и конденсатор C_f разряжается через нагрузку R_n . Заметим, что во время этого полупериода к диоду приложено обратное напряжение, которое может достигать величины $2 U_m$.

¹ Анодный ток существует и при отрицательном потенциале анода вплоть до некоторого U_a запира (рис. III.1). Это объясняется наличием начальной скорости у электронов, вылетающих с поверхности катода.

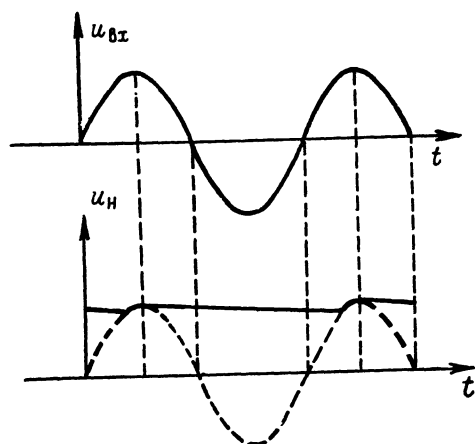


Рис. III.3

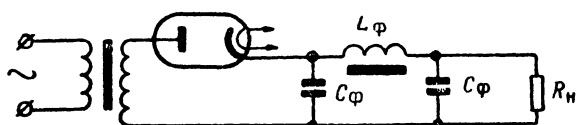


Рис. III.4

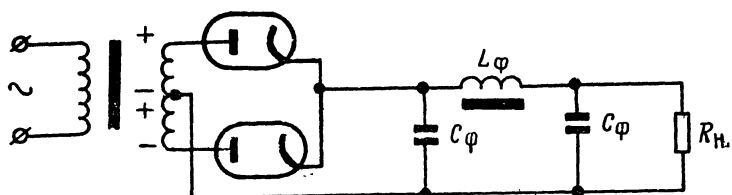


Рис. III.5

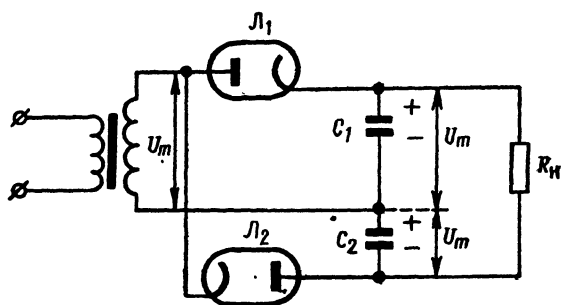


Рис. III.6

На рис. III.3 изображены временные зависимости входного напряжения $u_{вх}(t)$ и напряжения $u_n(t)$ на нагрузке R_n . Выходное напряжение содержит постоянную составляющую U и пульсации $u_n(t)$. Для уменьшения величины пульсации часто ставят дроссель (катушку индуктивности) (на рис. III.4 изображен выпрямитель с фильтром по П-образной схеме).

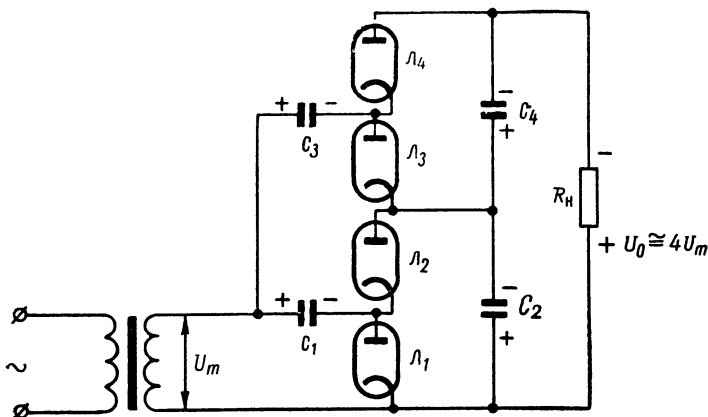


Рис. III. 7

Для повышения коэффициента полезного действия и улучшения использования трансформатора применяют двухполупериодную схему выпрямления (рис. III.5), которая представляет собою соединение двух однополупериодных выпрямителей с суммированием тока на нагрузке. Конденсатор подзаряжается каждые полпериода, и ток течет попеременно через оба диода.

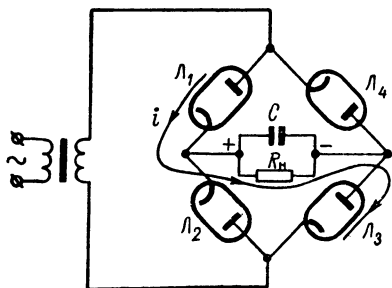


Рис. III. 8.

Иногда при выпрямлении используются схемы умножения напряжения. На рис. III.6 изображена схема выпрямителя с удвоением напряжения. Конденсатор C_1 заряжается до U_m через лампу L_1 во время положительного полупериода $u_{вх}(t)$, а конденсатор C_2 — через лампу L_2 во время отрицательного. К сопротивлению нагрузки оказывается приложенным напряжение $2U_m$. На рис. III.7 дана

схема учетверения напряжения. Конденсатор C_1 через диод L_1 заряжается до U_m , затем в следующий полупериод к конденсатору C_2 через диод L_2 оказывается приложенным двойное напряжение $2U_m$ и т. д. Конденсатор C_3 заряжается до $3U_m$, к цепочке конденсаторов C_4 — C_2 через диод L_4 оказывается приложенным напряжение $4U_m$.

Из других схем выпрямителей упомянем мостиковую схему (рис. III.8): при одной полярности приложенного напряжения ток протекает через L_1 и L_3 , при другой — через L_2 и L_4 , заряжая конденсатор C оба раза в одном направлении.

8.2. Трехэлектродные лампы. Трехэлектродная лампа — триод отличается от диода наличием третьего электрода — сетки. Сетка служит для управления электронным потоком, идущим от катода к аноду. Условное изображение триода дано на схеме на рис. III.9. Электрическое поле, возникающее между сеткой (с) и катодом (к) под влиянием приложенного к ним электрического напряжения, управляет анодным током. При этом при сравнительно небольших изменениях напряжения между сеткой и катодом и небольшом расходе мощности¹ в этой цепи можно в больших пределах изменять анодный ток. На этом основано широкое применение триода в качестве усилительного элемента цепи.

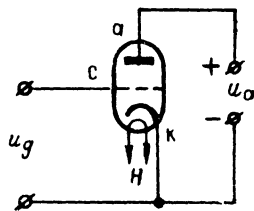


Рис. III.9

Зависимости тока в триоде от напряжений на его электродах (относительно катода)

$$i = f(u_g, u_a)$$

обычно изображают, считая одну из переменных параметром. Например, в виде семейства кривых

$$i_a(u_a) \text{ при разных } u_g = \text{const},$$

которое называется семейством статических анодных характеристик (рис. III.10).

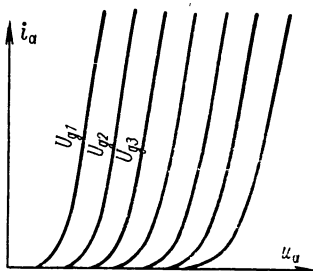


Рис. III.10.

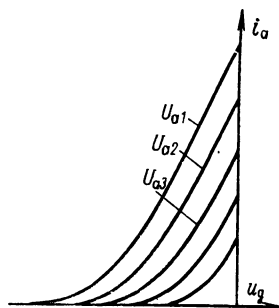


Рис. III.11.

Зависимости

$$i_a(u_g) \text{ при разных } u_a = \text{const}$$

называются семейством статических анодно-сеточных характеристик (рис. III.11). Эти характеристики снимаются экспериментально и имеются в справочниках.

¹ Обычно лампы работают в области отрицательных сеточных напряжений (относительно катода) и ток сетки практически отсутствует.

Используемая область характеристик лампы и параметры схемы определяют условия работы (режим) лампы.

Полное приращение анодного тока для триода равно:

$$di_a = \frac{\partial i_a}{\partial u_g} du_g + \frac{\partial i_a}{\partial u_a} du_a. \quad (\text{III.3})$$

Величины $S = \frac{\partial i_a}{\partial u_g}$ (при $u_a = \text{const}$) и $R_i = \frac{\partial u_a}{\partial i_a}$ (при $u_g = \text{const}$) называются соответственно крутизной характеристики и дифференциальным внутренним сопротивлением. Внутреннее сопротивление постоянному току триода определяется как и для диода по формуле (III.2). Аналогично определяются средние параметры. Например, средней крутизной называется отношение амплитуд первой гармоники анодного тока и приложенного к сетке синусоидального напряжения. Величина

$$\mu = R_i S \quad (\text{III.4})$$

называется коэффициентом усиления (статическим коэффициентом усиления).

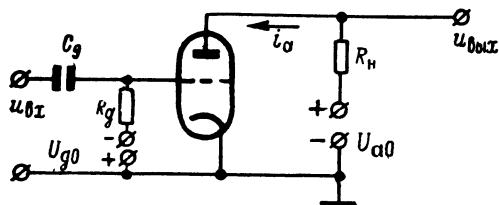


Рис. III. 12

Рассмотрим схему устройства на триоде, применяемого для усиления. Схема изображена на рис. III.12. В цепи анод—катод включается резистор R_n , использованы источники анодного и сеточного напряжения U_{a0} и U_{g0} .

Величину анодного тока лампы можно определить путем совместного решения нелинейного уравнения $i_a = f(u_a)$, заданного характеристикой триода, и уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа (1.19) для анодной цепи

$$U_{a0} = u_a + i_a R_n. \quad (\text{III.5})$$

Прежде всего решим эти уравнения при отсутствии переменного напряжения на входе. При этом напряжение на сетке лампы постоянно ($u_g = U_{g0}$) и постоянный ток, текущий через триод, можно определить из уравнений путем графического решения (рис. III.13). Точка пересечения прямой (III.5) и характеристики лампы $i_a = f(u_a)$ при $u_g = \text{const}$ дает искомую величину $i_a = I_{a0}$ (рис. III.13). При этом прямая (III.5) проводится из точки U_{a0}

оси абсцисс под углом α , котангенс которого пропорционален сопротивлению нагрузки

$$\operatorname{ctg} \alpha = \zeta R_n, \quad (\text{III.6})$$

где ζ — масштабный коэффициент. Прямая (III.5) называется нагрузочной прямой. Точка на ней с координатами $(U_{a0} - I_{a0} R_n; I_{a0})$ называется рабочей точкой.

Теперь рассмотрим работу лампы при действии на входе переменного напряжения. Это напряжение изменяет анодный ток i_a в соответствии с (III.3), причем все изменения совершаются по прямой (III.5), мгновенные значения как бы переходят с одной статической характеристики на другую. Значения u_a из-

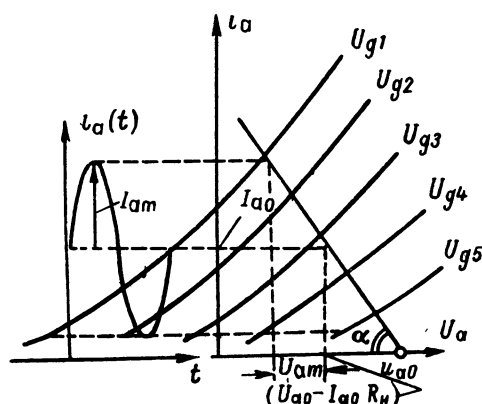


Рис. III. 13

меняются, а следовательно, изменяется и $u_{\text{вых}}$ (рис. III.12). На рис. III.13 слева изображена зависимость $i_a(t)$ для случая, когда анодный ток меняется по синусоидальному закону с амплитудой I_{am} .

Напряжение начального смещения U_{g0} выбирается посредиче линейной части характеристики $i_a(u_g)$. Этот выбор может быть осуществлен по графику $i_a(u_a)$. Линейный участок анодно-сеточной характеристики находится там, где кривые $i_a(u_a)$, построенные для разных $u_g = \text{const}$, обычно через 1в сеточного напряжения, пересекают нагрузочную прямую через равные интервалы.

8.3. Многоэлектродные лампы. Емкость, существующая между сеткой и анодом триода, на высоких частотах является причиной прохождения сигнала из сеточной цепи в анодную и обратно, что затрудняет использование лампы на высоких частотах. Для уменьшения этого прохождения между ними помещают вторую сетку, играющую роль электростатического экрана.¹ Лампа с двумя сетками называется тетродом

¹ Вторая сетка называется поэтому экранирующей.

(рис. III.14). При постоянном потенциале на второй сетке поток электронов в лампе зависит только от напряжения на первой сетке u_{g1} и мало зависит от напряжения на аноде u_a . Если напряжение анода u_a становится меньше напряжения второй сетки u_{g2} , ток анода уменьшается за счет перераспределения электронов между ними. При этом может наблюдаться явление

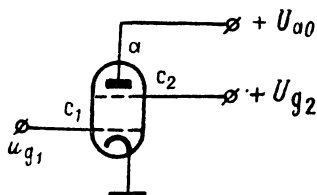


Рис. III. 14

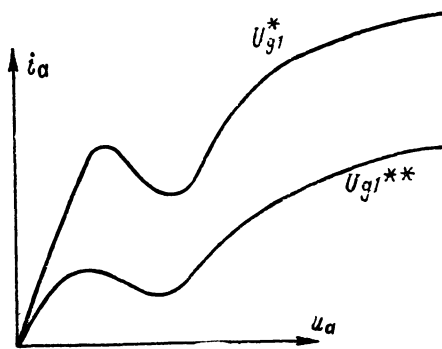


Рис. III. 15.

вторичной эмиссии электронов с анода (динаatronный эффект), которое резко уменьшает анодный ток и увеличивает ток второй сетки (рис. III.15).

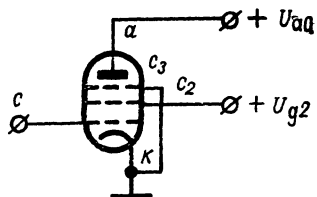


Рис. III. 16

Устранить вторичную электронную эмиссию удается в лучевых тетрадах, где благодаря особому расположению электродов создается большая плотность тока, а следовательно, и объемного заряда между экранирующей сеткой и анодом. Этот объемный заряд препятствует возникновению вторичной эмиссии.

Чтобы избежать появления динаatronного эффекта, изготовляют лампы с третьей сеткой, помещаемой между анодом и второй сеткой. Эта сетка обычно имеет нулевое напряжение (соединяется с катодом) и называется защитной или антидинаatronной, а вся лампа называется пентодом (рис. III.16). Ток пентода определяется напряжениями на первой и второй сетках¹ и практически не зависит от анодного напряжения (рис. III.17). Величины μ и R_i для пентода значительно больше, чем для триода. Рабочая точка для пентода выбирается так же, как для триода по его статическим характеристикам (на рис. III.17 нанесены статические анодные характеристики пентода для разных значений U_{g1} , равных U_{g1}^* , U_{g1}^{**} и т. д.).

¹ Напряжение на третьей сетке относительно катода равно нулю.

Существуют многоэлектродные (многосеточные) лампы — гексод, гептод, октод, а также комбинированные лампы — двойной диод-триод, двойной триод, двойной триод-пентод и т. д. Они являются лампами многоцелевого применения.

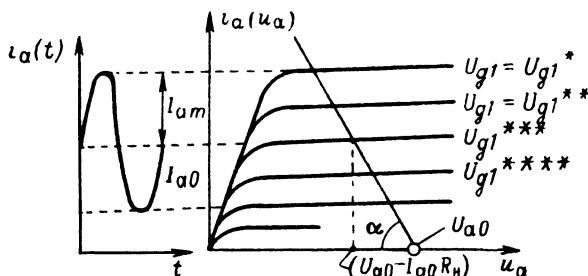


Рис III.17.

8.4. Электрометрические лампы. В практике измерений приходится иметь дело с очень малыми постоянными или медленно меняющимися токами, например, токи в звездных фотометрах могут быть меньше 10^{-15} а. Токи порядка 10^{-12} а еще могут быть измерены с помощью чувствительного гальванометра. Токи, меньшие 10^{-12} а, измеряются косвенными методами, например, путем определения напряжения на резисторе с известным сопротивлением или конденсаторе известной емкости, заряжаемом измеряемым током в течение известного времени. Оба способа тем чувствительнее, чем больше входное сопротивление и меньше емкость измерительной схемы.

Для измерения слабого тока целесообразно применение электронных ламп, так как с помощью ламповой схемы этот ток может быть усилен до величины, измеряемой с помощью простого зеркального или стрелочного гальванометра. Для этого используются специальные электрометрические лампы.

Электрометрическая лампа обычно является тетродом (рис. III.18), в котором вторая сетка c_2 работает как управляющая, а первая сетка c_1 находится под малым положительным потенциалом (несколько вольт) и введена для увеличения крутизны лампы при далекой от катода управляющей сетке. При этом действующим «катодом» является облако электронов, расширенное благодаря первой сетке. Анодное напряжение в электрометрических лампах выбирается низким (порядка $5 \div 10$ в) для того, чтобы исключить появление сеточного тока, связанного с возбуждением остаточного газа в лампе из-за ударной ионизации, а также из-за возбуждения рентгеновскими лучами, исходящими из анода при торможении электронов. Другие компоненты сеточного тока — фотоэмиссия¹ и термоэмиссия с сетки — устраняются затемнением лампы и увеличением работы выхода с сетки.

Наконец, сопротивление утечки электрометрической лампы повышается благодаря вводу управляющей сетки через стеклянный баллон лампы, который имеет, кроме того, специальное заземленное кольцо, перехватывающее поверхностный ток от остальных электродов.

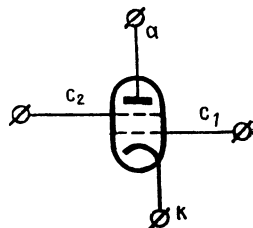


Рис. III.18.

¹ Эмиссия под воздействием света (п. 8.6).

8.5. Газонаполненные лампы. Если баллон радиолампы заполнить под давлением $0,1 \div 0,6$ мм рт. ст. инертным газом (аргоном, неоном или гелием) или парами ртути, то ее характеристики резко меняются. К газонаполненным лампам относятся прежде всего ионные диоды с холодным катодом (стабилитрон, неоновая индикаторная лампочка). Характеристика стабилитрона дана на рис. III.19, а его условное обозначение — на схеме рис. III.20. Пока анод-

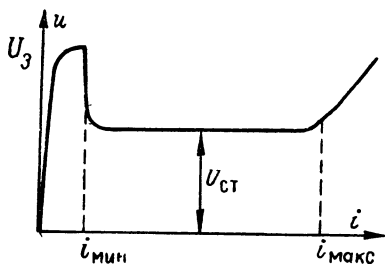


Рис. III. 19.

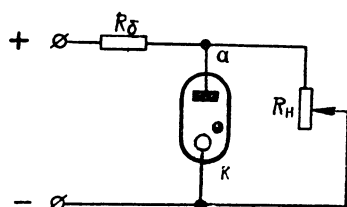


Рис. III. 20.

ное напряжение меньше потенциала ионизации газа, статическая характеристика имеет вид, обычный для электровакуумного диода. Далее начинается ионизация и анодный ток резко возрастает. Падение напряжения на лампе при этом обычно даже уменьшается за счет увеличения падения напряжения на внешнем сопротивлении цепи, в которую включен прибор (на

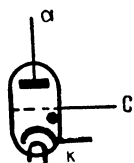


Рис. III. 21

рис. III.20 $R_б$ — балластное сопротивление, ограничивающее ток через стабилитрон в режиме горения). Вольтамперная характеристика $u(i)$ стабилитрона имеет участок, где u практически не зависит от i . Стабилизированное напряжение $U_{ст}$ меньше напряжения зажигания $U_з$ (оно зависит от наполняющего газа и материала катода). Ток в режиме стабилизации меняется от $i_{мин}$ до $i_{макс}$ за счет распространения разряда на всю поверхность катода (рис. III.19). Приборы такого типа являются ионными диодами с тлеющим разрядом. Рабочий ток в них возникает за счет ионной бомбардировки холодного катода. Ток в газонаполненных лампах может возникать также за счет термоэмиссии или некоторых других явлений.

Рассмотрим ионный триод — тиратрон. Его обозначение приведено на рис. III.21, а характеристики — на рис. III.22 и III.23.

С помощью сетки можно управлять моментом зажигания $t_{\text{зж}}$ тиратрона относительно поданного анодного напряжения u_a (чем более отрицателен потенциал сетки, тем больший потенциал должен быть у анода для начала ионизации — рис. III.22). После зажигания сетка теряет управляющее действие. Анодно-сеточные характеристики тиратрона имеют вид, показанный на рис. III.23: меньшим значением анодного напряжения U_a соответствуют меньшие значения анодного тока в режиме горения ($U_{a2} < U_{a1}$ и $I_{a2} < I_{a1}$).

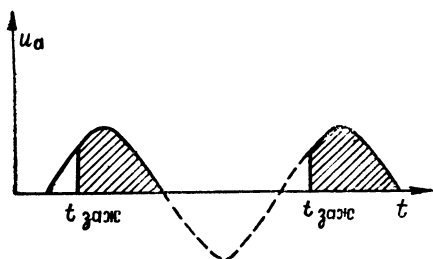


Рис. III. 22

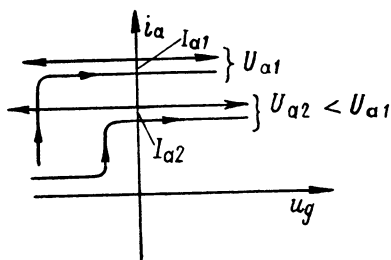


Рис. III. 23

8.6. Лампы с неэлектрическим управлением. Существует группа электронных приборов, управляемых потоком лучистой энергии в видимой или инфракрасной области спектра электромагнитных волн. Сюда относятся, например, фотоэлектронные умножители (ФЭУ) и электронно-оптические преобразователи (ЭОП).

1. В ФЭУ энергия лучистого потока преобразуется в электрическую на основе внешнего фотоэффекта, а затем фототок (ток, возникший в результате воздействия света) усиливается. Фототок i_ϕ пропорционален интенсивности падающего на фотокатод лучистого потока ψ

$$i_\phi = e\psi. \quad (\text{III.7})$$

Коэффициент пропорциональности e служит мерой чувствительности фотокатода. Когда атом фотокатода поглощает энергию фотона hf (h — постоянная Планка, f — частота), освобожденный фотоэлектрон должен затратить часть своей энергии на преодоление энергетического потенциального барьера ϕ_0 на границе металла (работа выхода). Другая часть энергии hf переходит в кинетическую энергию электрона w_k

$$hf = e\phi_0 + w_k.$$

Здесь e — заряд электрона. Это уравнение при $w_k = 0$ дает значение предельно большой длины волны, при которой еще имеет место фотоэффект при данном ϕ_0 («красная граница» фотоэффекта)

$$\lambda_0 = \frac{c_0}{f_0} = \frac{hc_0}{e\phi_0}. \quad (\text{III.8})$$

Число фотоэлектронов N , освобожденных лучистой энергией w , равно или меньше числа фотонов, так что

$$N = \eta \frac{w}{hf}, \quad (\text{III.9})$$

где $\eta \leq 1$. Соотношение (III.9) определяет квантовый эквивалент, т. е. число электронов или величину тока, приходящихся на единицу энергии.

Для уменьшения работы выхода катод активируется. Изменяя работу выхода, можно изменять длинноволновую границу. Для катодов из чистых металлов существует так называемый нормальный фотоэффект, при котором чувствительность плавно увеличивается с уменьшением длины волны. В активированных катодах возникает селективный фотоэффект, когда фототок имеет максимум в некоторой спектральной области.

Принципиальная схема ФЭУ показана на рис. III.24. Здесь k — фотокатод, а D_1 , D_2 , D_3 и т. д. — электроды, обладающие вторичной эмиссией (диноды). Вторичные электроны, двигаясь от динода к диноду во все возрастающем количестве, обеспечивают усиление фототока. Величина фототока I на выходе умножителя определяется формулой

$$I = I_0 \sigma^n, \quad (\text{III.10})$$

где I_0 — первичный фототок; σ — коэффициент вторичной эмиссии, показывающий, какое число вторичных электронов вылетает на один первичный электрон; n — число электродов.

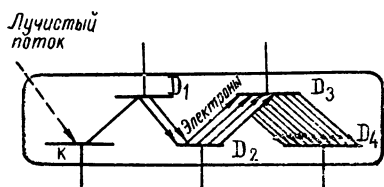


Рис. III.24

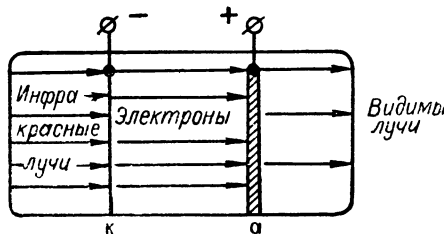


Рис. III.25

Для получения оптимального эффекта необходимо фокусировать вторичные электроны, выбитые из динода так, чтобы все они попадали на следующий динод.

2) Принцип работы ЭОП поясняет рис. III.25. ЭОП имеет полупрозрачный фотокатод k , на который проектируется инфракрасное изображение. Инфракрасные лучи вызывают эмиссию электронов, которые, ускоряясь в электрическом поле, бомбардируют флуоресцирующий экран анод, вызывая на нем видимое изображение. Яркость изображения зависит от интенсивности облучения соответствующих участков фотокатода и от скорости электронов, бомбардирующих анод. Для уменьшения искажений «электронного изображения» между катодом и экраном применяется фокусировка. Она увеличивает резкость изображения. ЭОП преобразует спектр и усиливает яркость изображения. Это усиление получается за счет энергии ускорения электронов в пространстве катод—анод.

В некоторых конструкциях применяется массивный фотокатод, облучаемый с внутренней стороны, благодаря чему повышается чувствительность прибора.

8.7. Некоторые лампы для сверхвысоких частот (СВЧ). С увеличением частоты время пролета электронов между электродами становится сравнимым с периодом колебания напряжения на сетке и в обычной электронной лампе управление нарушается. Рассмотрим специальные лампы для СВЧ — клистрон и лампу бегущей волны, где используется принцип пространственной группировки электронов.

1) Отражательный клистрон. Его устройство показано на рис. III.26. Катод k emits электроны, которые формируются в «электронный луч» и направляются к резонатору, на который, как на анод, подается положительное напряжение. Резонатор (на рис. III.26 он дан в разрезе) играет на СВЧ роль колебательного контура. Пусть в резонаторе, как в контуре, имеются колебания СВЧ, создающие в зазоре между a и $г$

ag' переменное поле, которое воздействует на электронный луч, проходящий в отверстие между $a'g$ и ag' . Далее электроны движутся к отражателю ∂ , имеющему отрицательное напряжение относительно катода, не доходят до него и отражаются обратно к резонатору.

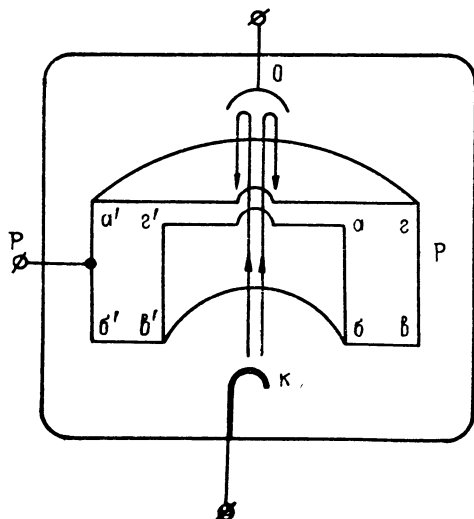


Рис. III. 26

На рис. III.27 качественно изображено движение электронов между резонатором и отражателем. На оси абсцисс построено изменение напряжения $u(t)$ в зазоре резонатора, которое создает переменное электрическое поле $E(t)$, воздействующее на электроны, пролетающие зазор. По оси ординат

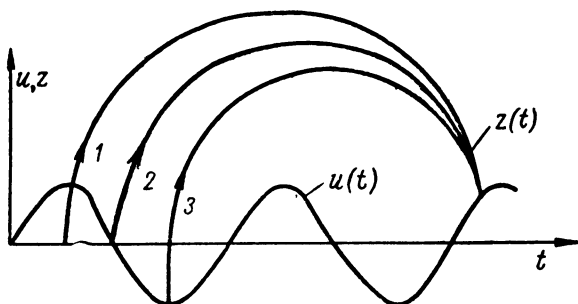


Рис. III. 27

отложено расстояние от резонатора по направлению к катоду (z). Пусть электрон 1 ускорится полем $E(t)$ и проходит наибольшее расстояние, а электрон 3 — тормозится и проходит наименьшее расстояние. Ускоренные и замедленные электроны в некоторый момент времени группируются в сгусток вокруг электронов (2), не получивших изменения скорости. Регулируя напряжение на отражателе, добиваются возвращения этого сгустка в зазор, когда поле в нем является тормозящим, при этом электроны передают свою энергию полю в зазоре и усиливают колебания в резонаторе. Это происходит,

если время пролета электрона 2, вокруг которого группируются электроны, равно

$$\tau = \left(N + \frac{3}{4} \right) T, \quad (\text{III } 11)$$

где N — число целых периодов T между первым и вторым пролетом зазора. При соответствующих условиях в резонаторе поддерживаются незатухающие колебания (генерируется мощность) СВЧ. При изменении напряжения на отражателе $U_{отр}$ мощность СВЧ генерируется в отдельных зонах, как показано на рис. III.28. В пределах зоны изменение $U_{отр}$ вызывает небольшое

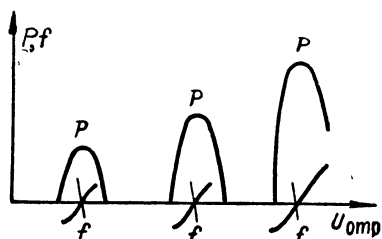


Рис. III 28

изменение частоты колебаний СВЧ. Это явление называется электронной настройкой клистрона.

2) Лампа бегущей волны (ЛБВ). Это усилительная лампа СВЧ, в которой электронный поток (электронный луч) взаимодействует с электрическим полем замедленной электромагнитной волны. Бегущая электромагнитная волна может быть создана в устройствах, подобных линиям с распределенными параметрами. Скорость движения волны по линии, образованной, например, свернутым в спираль проводом

и металлическим экраном (рис. III.29), замедляется в

$$\frac{l}{L} \text{ раз}, \quad (\text{III.12})$$

где L — длина провода, а l — длина спирали. Внутри спирали коаксиально по отношению к ней в фокусирующем продольном поле соленоида пропускается поток электронов. В таких устройствах резонансные свойства выражены слабо, поэтому ЛБВ имеет обычно очень широкую полосу пропускания.

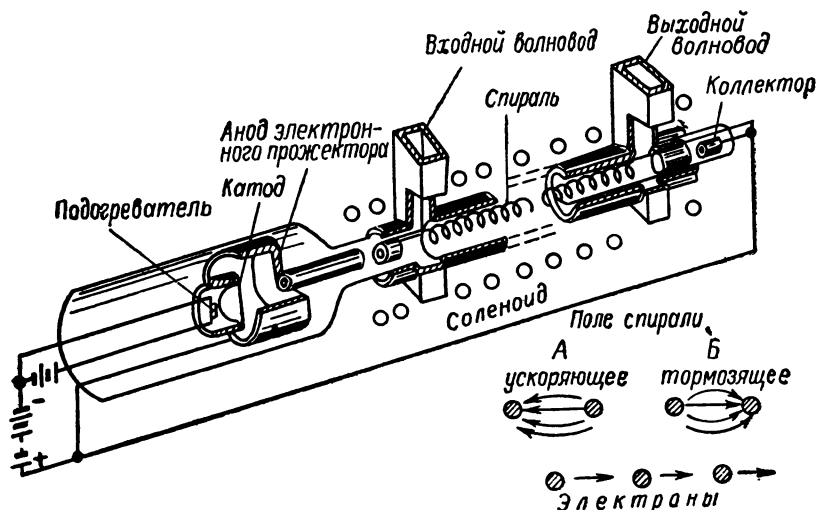


Рис. III. 29

Электроны, находясь в разных точках поля по оси спирали, группируются в сгустки, которые передает свою энергию волне. Длительное взаимодействие электронного потока с полем бегущей волны обеспечивает большой коэффициент усиления. ЛБВ, предназначенные для усиления слабых сигналов, могут иметь сравнительно небольшие собственные шумы.

§ 9. Применение электронных ламп для усиления

9.1. Эквивалентная схема усилительной ступени на триоде. Рассмотрим работу устройства, схема которого изображена на рис. III.12. Ранее было получено уравнение (III.5). Продифференцировав его, имеем

$$du_a = -R_n di_a. \quad (\text{III.13})$$

Знак минус в формуле (III.13) означает, что приращение анодного тока вызывает пропорциональное ему, но обратное по знаку приращение анодного напряжения. Подставив (III.13) в (III.3), получим следующее уравнение для приращения анодного тока:

$$di_a = \frac{S du_g}{1 + \frac{R_n}{R_i}} = \frac{\mu du_g}{R_i + R_n}. \quad (\text{III.14})$$

Величина $S_g = \frac{S}{1 + \frac{R_n}{R_i}}$ называется динамической кру-

тизной;¹ она всегда меньше статической крутизны. Если лампа работает на линейном участке характеристики, то можно перейти в формуле (III.14) к линейным приращениям Δi_a и Δu_g , или к амплитудным значениям, или к комплексным амплитудам. Считая в общем случае нагрузку комплексной, получим

$$i_{am} = \frac{\mu \dot{U}_{gm}}{R_i + \dot{Z}_n}. \quad (\text{III.15})$$

Формула (III.15) является выражением закона Ома для анодной цепи и позволяет использовать для расчетов эквивалентную схему усилительной ступени,² состоящую из генератора $\mu \dot{U}_{gm}$ с внутренним сопротивлением R_i , работающего на нагрузку \dot{Z}_n (рис. III.30). Выразим приращение напряжения на аноде лампы du_a через соответствующее ему приращение сеточного напряжения, возникшее под действием источника сигнала. Используя (III.14) и (III.13), получим

$$du_a = -\mu \frac{R_n}{R_i + R_n} du_g. \quad (\text{III.16})$$

¹ Характеристики лампы с учетом влияния нагрузки принято называть динамическими характеристиками.

² Часто используется термин усилительный каскад.

Знак минус означает, что приращение напряжения на аноде относительно катода противоположно по знаку изменению напряжения на сетке. Для комплексных амплитуд соответственно имеем

$$\dot{U}_{am} = -\mu \frac{\dot{Z}_n}{R_i + \dot{Z}_n} \dot{U}_{gm}. \quad (\text{III.17})$$

При усилении переменных напряжений усилительная ступень с активной нагрузкой $\dot{Z}_n = R_n$ изменяет фазу выходного напряжения по сравнению с входным на 180° : „направление“ вектора \dot{U}_{am} при $\dot{Z}_n = R_n$ противоположно „направлению“ \dot{I}_{am} .

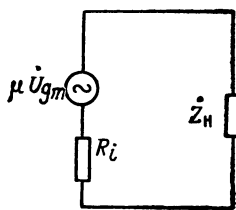


Рис. III.30

Иногда для построения эквивалентной схемы усилительной ступени используется формула (III.17), откуда для тока через нагрузку \dot{Z}_n имеем выражение

$$\dot{I}_{am} = \frac{-\mu \dot{U}_{gm}}{R_i + \dot{Z}_n}, \quad (\text{III.18})$$

которое отличается от (III.15) наличием знака минус. Согласно (III.18), эквивалентный

генератор на эквивалентной схеме будет $-\mu \dot{U}_{gm}$ (рис. III.31).

При рассмотрении многоступенчатых схем, у которых имеются цепи, связывающие выход и вход, последнее обозначение предпочтительнее, так как оно учитывает на эквивалентной схеме поворот фазы напряжения в усилительной ступени.

На основании формулы (III.17) можно построить также схему с эквивалентным генератором тока. Действительно, так как $\mu = R_i S$, то выражение (III.17) может быть записано в виде

$$\dot{U}_{am} = -S \dot{U}_{gm} \frac{R_i \dot{Z}_n}{R_i + \dot{Z}_n} = -S \dot{U}_{gm} \dot{Z}_n. \quad (\text{III.19})$$

Формула (III.19) позволяет заменить лампу в усилительной ступени эквивалентным генератором [тока $-S \dot{U}_{gm}$, работающим на \dot{Z}_n , равное сопротивлению параллельно включенных R_i и \dot{Z}_n .

9.2. Некоторые общие характеристики усилителей. Усилители на электронных лампах могут служить для усиления напряжения, тока или мощности. Рассмотрим некоторые общие характеристики усилителей.

1) Коэффициент передачи и коэффициент усиления. Коэффициент передачи K усилителя, как и четырехполюсника, является комплексной величиной

$$\dot{K} = K e^{j\varphi}, \quad (\text{III.20})$$

где модуль K называется коэффициентом усиления,

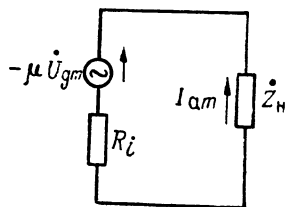


Рис. III.31

а φ — фазовым сдвигом. Зависимости $K(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ называются амплитудно-частотной и фазово-частотной характеристиками усилителя и играют важную роль при усилении сигнала в широкой полосе частот. Различают коэффициенты передачи и усиления для напряжения

$$\dot{K}_u = \frac{U_{\text{вых } m}}{U_{\text{вх } m}}, \quad K_u = |\dot{K}_u|; \quad (\text{III.21})$$

тока

$$\dot{K}_i = \frac{i_{\text{вых } m}}{i_{\text{вх } m}}, \quad K_i = |\dot{K}_i|; \quad (\text{III.22})$$

и коэффициент усиления по мощности

$$K_p = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}}. \quad (\text{III.23})$$

Здесь $U_{\text{вх } m}$, $U_{\text{вых } m}$, $i_{\text{вх } m}$, $i_{\text{вых } m}$ — комплексные амплитуды напряжений и токов, а $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}$ — мощности соответственно на входе и выходе усилителя.

Для усилителя, состоящего из нескольких (n) последовательно включенных ступеней усиления, общий коэффициент усиления равен произведению коэффициентов усиления всех ступеней

$$K_u = \frac{U_{\text{вых } m}}{U_{\text{вх } m}} = \frac{U_{\text{вых } m}}{U_{nm}} \cdot \frac{U_{nm}}{U_{(n-1)m}} \cdot \dots \cdot \frac{U_{1m}}{U_{\text{вх } m}},$$

$$K = |\dot{K}| = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \quad (\text{III.24})$$

Коэффициент усиления часто выражается в децибеллах (дб). Для пересчета в децибеллы используется следующая формула:

по мощности

$$K_p(\text{дб}) = 10 \lg \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}}; \quad (\text{III.25})$$

по напряжению

$$K_u(\text{дб}) = 20 \lg \frac{U_{\text{вых } m}}{U_{\text{вх } m}}. \quad (\text{III.26})$$

В этом случае легко находится коэффициент усиления нескольких ступеней.

$$K(\text{дб}) = K_1(\text{дб}) + K_2(\text{дб}) + K_3(\text{дб}) + \dots \quad (\text{III.27})$$

2) Искажения сигнала в усилителе. Общие условия неискаженной передачи сигнала усилителем такие же, как для всякой линейной цепи (п. 7.4). Искажения, которые могут возникать при невыполнении условий (II.143), (II.144), называются линейными искажениями. При этом соотношения между амплитудами и фазами спектральных составляющих сигнала на выходе оказываются иными, чем на входе.

Если в процессе усиления возникают новые спектральные составляющие, то говорят о нелинейных искажениях. При этом действие даже одного гармонического колебания с частотой ω вызывает появление дополнительных гармоник с ча-

стотами 2ω , 3ω и т. д. (см. § 11). Коэффициент нелинейных искажений обычно определяется формулой

$$k_{\omega} = \sqrt{\frac{P_2 + P_3 + \dots}{P_1}}, \quad (\text{III.28})$$

где P_1 , P_2 , P_3 , ... — мощности соответствующих гармоник на выходе. Эта оценка может быть сделана только при действии на входе монохроматического сигнала. Для сложного сигнала существуют другие оценки.

Классификацию усилителей проводят по виду нагрузки усилителей и по их назначению. В апериодических усилителях в качестве нагрузки может использоваться резистор, а также дроссель (катушка индуктивности) или трансформатор. В резонансных усилителях в качестве нагрузки используют колебательные контуры. По своему назначению выделяют усилители электрических импульсов, усилители постоянного тока и напряжения, электрометрические усилители и т. д.

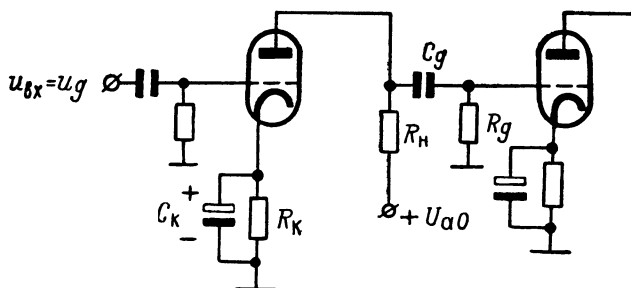


Рис. III.32.

9.3. Усилители на резисторах. Принципиальная схема усилителя на резисторах (реостатного усилителя) дана на рис. III.32. Элементы, обозначенные на схеме¹ R_k и C_k , образуют цепь автоматического смещения. С их помощью задается режим лампы по постоянному току. Постоянная составляющая анодного тока лампы I_{a0} , протекая через резистор R_k , создает на нем падение напряжения $I_{a0}R_k$, которое через резистор² R_g оказывается приложенным между сеткой и катодом, минусом к сетке. Переменная составляющая тока проходит через конденсатор C_k большой емкости, практически не создавая на нем падения напряжения. Конденсатор C_g ставится для того, чтобы постоянное положительное напряжение с анода не попало на сетку следующей ступени. Полная эквивалентная схема усилительной ступени получится, если использовать эквивалентную схему, данную на рис. III.30, учесть конденсатор C_g

¹ Конденсатор C_k обозначен как электролитический.

² Величина R_g обычно выбирается так, что $R_g \gg R_k$.

и элементы входа следующей ступени усилителя (рис. III.33). Емкость C на этой эквивалентной схеме учитывает действие входной емкости следующей ступени, а также выходной емкости данной.

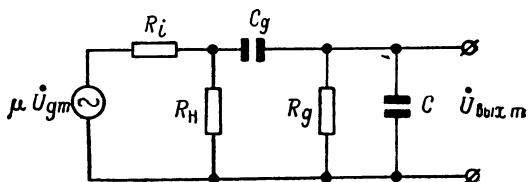


Рис. III.33

Коэффициент усиления устройства, схема которого дана на рис. III.33, можно найти следующим образом:

$$\dot{K}_u = \frac{\dot{U}_{\text{вых.м}}}{\dot{U}_g} = \frac{\dot{U}_{R_H \text{ м}}}{\dot{U}_g} \cdot \frac{\frac{R_g/j\omega C}{R_g + 1/j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C_g} + \frac{R_g/j\omega C}{R_g + 1/j\omega C}}.$$

Здесь величина $U_{R_H \text{ м}}$ является напряжением на резисторе R_H

$$\dot{U}_{R_H \text{ м}} = -\mu \dot{U}_g \frac{R_H^*}{R_i + R_H^*},$$

где

$$R_H^* = \frac{R_H \left(\frac{R_g/j\omega C}{R_g + 1/j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_g} \right)}{R_H + \frac{R_g/j\omega C}{R_g + 1/j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_g}}.$$

Окончательно, учитывая (III.4), имеем

$$\dot{K}_u = - \frac{S}{\frac{1}{R_H} \left(1 + \frac{C}{C_g} \right) + \frac{1}{R_i} \left(1 + \frac{C}{C_g} \right) + \frac{1}{R_g} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega C_g R_g R_i R_H / (R_i + R_H)} \right)}. \quad (\text{III.29})$$

Выражение (III.29) можно упростить, если учесть, что $C_g \gg C$. Модуль коэффициента усиления (III.29) имеет максимум на некоторой средней частоте, на которой коэффициент усиления является вещественным, не зависящим от частоты, и равным

$$K_u \cong - \frac{S}{\frac{1}{R_H} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_g}} \cong - \frac{\mu R_H}{R_i + R_H}; \quad K_u \cong \frac{\mu R_H}{R_i + R_H}. \quad (\text{III.30})$$

Вблизи средней частоты разделительный конденсатор C_g хорошо пропускает сигнал и влияние емкости C_g можно не учитывать, так же как и действие емкости C , так как $\frac{1}{j\omega C} \gg R_H$.

На низких частотах конденсатор C_g и резистор R_g образуют делитель, для которого модуль коэффициента передачи уменьшается с уменьшением частоты. На высоких частотах емкость C шунтирует нагрузку R_H и модуль коэффициента усиления падает.

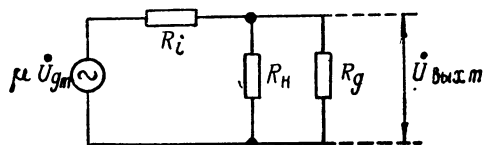


Рис. III. 34

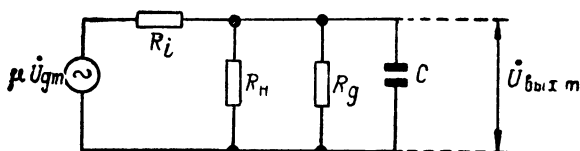


Рис. III. 35

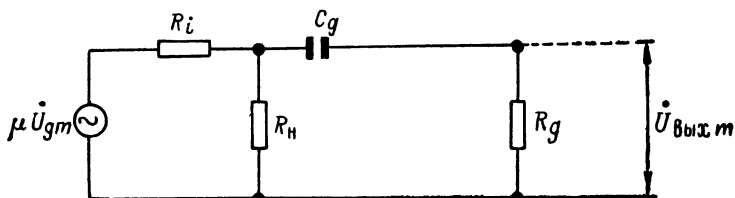


Рис. III. 36

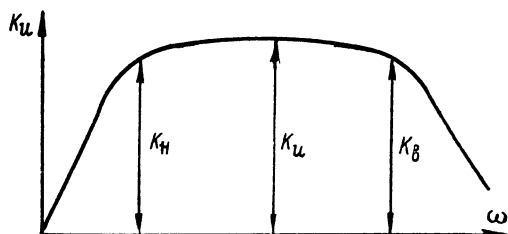


Рис. III. 37

Эквивалентные схемы для средней, высокой и низкой частот даны соответственно на рис. III.34—III.36. Зависимость $K_u(\omega)$ во всем диапазоне рассмотренных частот имеет вид, приведенный на рис. III.37.

Для получения на средней частоте¹ большого коэффициента усиления надо увеличивать R_n . При этом, если обеспечить постоянство напряжения на аноде лампы, значение

$$K_u \rightarrow \mu. \quad (\text{III.31})$$

С другой стороны, увеличение R_n , сужает полосу пропускания усилителя.

Для многосеточных ламп (пентодов и др.) величина R_i бывает велика и обычно $R_n \ll R_i$. В этом случае

$$K_u \cong \frac{\mu}{R_i} R_n = S R_n. \quad (\text{III.32})$$

Широкие полосы требуются для усиления спектра гармонических сигналов, а также для усиления электрических импульсов.

Импульсом принято называть быстрый (кратковременный) одиночный скачок тока или напряжения, имеющий длительность малую или сравнимую с длительностью переходных процессов в устройстве.

Различают два вида электрических импульсов: видеоимпульс — это быстрое изменение тока или напряжения во времени (рис. III.38), видео-

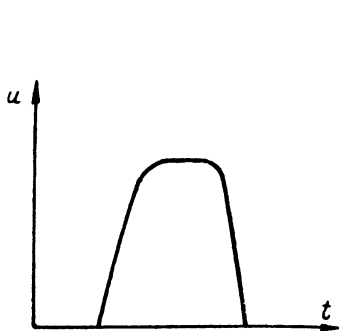


Рис. III. 38

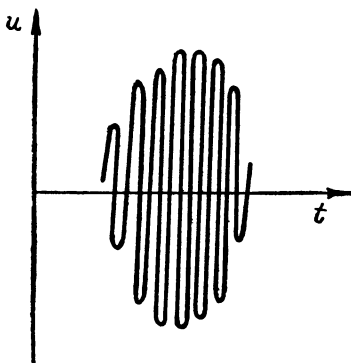


Рис. III. 39

импульсы могут быть положительной и отрицательной полярности; радиопульс — это «пакет» электромагнитных колебаний, огибающая которого изменяется по закону видеоимпульса (рис. III.39). Импульсный сигнал характеризуется скважностью — отношением периода следования импульсов T к длительности самого импульса t_u . Общими характеристиками усилителей импульсов первого типа являются те же характеристики, которые рассматривались в п. 9.2. Однако они не дают возможность непосредственно судить об искажениях импульса, прошедшего через усилитель.

¹ Часто говорят, что для усилителя на сопротивлениях коэффициент усиления в области средних частот не зависит от частоты. На самом деле «области», где $K_u \neq f(\omega)$ нет, есть только одна «точка», где выполняется это условие. Вблизи этой точки коэффициент усиления приближенно равен (III. 30).

Стандартным сигналом, с помощью которого можно оценить качество импульсного усилителя, является единичная ступенька напряжения. Требования, предъявляемые к импульсному усилителю, хорошо проверяются таким сигналом или идеальным прямоугольным импульсом, который по принципу суперпозиции можно заменить суммой двух ступенек противоположной полярности, сдвинутых на время длительности импульса. Изменение напряжения ступеньки в момент $t = 0$ соответствует фронту импульса, плоская часть — соответствует вершине импульса. На спектральном

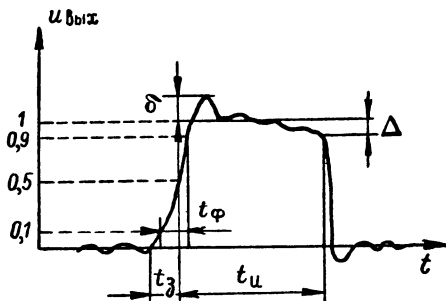


Рис. III. 40

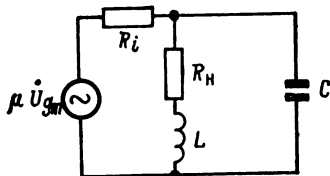


Рис. III. 41.

языке передача фронта определяется верхней частотой ω_v , колебания которой проходят через усилитель, а передача вершины — нижней частотой ω (рис. III.37)

При оценке искажений импульса вводят следующие определения (рис. III.40): t_ϕ — длительность фронта или время установления импульса (обычно от уровня 0,1 до уровня 0,9); аналогично определяется время образования заднего края импульса; δ — выброс, дающий максимальное превышение мгновенного значения напряжения над „установившимся” значением (аналогично определяется „отрицательный” выброс на другом конце импульса); Δ — спад плоской вершины импульса; t_z — запаздывание импульса, это условная величина, оцениваемая по времени достижения переходным процессом половины стационарного значения.

Для усиления электрических импульсов используются усилители на резисторах. Их полосу усиления можно расширить, например, включением последовательно с анодной нагрузкой R_n индуктивности L , за счет образования резонансного контура LCR_n . Свойства такой ступени в области средних и низких частот ничем не отличаются от свойств обычной реостатной ступени ($\omega L \ll R_n$). В области высоких частот коэффициент усиления ступени (рис. III.41) определяется формулой (см. (III.30))

$$K_v = \frac{\mu \dot{Z}_n}{R_i + \dot{Z}_n}, \quad (\text{III.33})$$

где \dot{Z}_n — сопротивление резонансного контура LCR_n . При использовании в схеме пентода $R_i \gg |\dot{Z}_n|$, поэтому (см. (III.33))

$$K_v \cong S Z_n = \frac{S (R_n + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R_n + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = K_u \frac{1 + j\omega \tau}{1 + j\omega \tau + (j\omega \tau)^2 m}, \quad (\text{III.34})$$

где $K_u = SR_n$, $\tau = R_n C$, а $m = \frac{L}{CR_n^2}$ — так называемый коэффициент коррекции (исправления) амплитудно-частотной характеристики, равный квадрату добротности контура LCR_n . Реакция такого каскада на единичную ступеньку напряжения зависит от добротности контура $Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R_n}$, т. е. от величины m . При $Q < 0,5$, т. е. при $m < 0,25$, процесс является аperiодическим, а при $m > 0,25$ — колебательным (п. 3.2). Последнее вызывает появление выброса δ (рис. III.40).

Применяются и другие способы исправления частотной характеристики усилителя на резисторах. В области высоких частот все они сводятся к нейтрализации влияния емкости C .

9.4. Некоторые другие типы аperiодических усилителей.

1) „Распределенный” усилитель. Принципиально другой подход к решению задачи расширения полосы пропускания усилителя применяется в усилителе с распределенным усилением (рис. III.42). Здесь входные и выходные (междуэлектродные и монтажные) емкости ламп включены в качестве емкостей ячеек в искусственные длинные линии (см. рис. II.19). Входной сигнал $u_{вх}$ распространяется вдоль сеточной линии и поступает на вход каждой лампы между сеткой и катодом. В анодной цепи каждой лампы сигнал разделяется на две волны, одна из которых распространяется к выходу, а другая — в обратном направлении. Если время задержки на каждую секцию в этих двух линиях одинаково, то сигналы, распространяющиеся в анодной линии в прямом направлении, будут складываться. Линии нагружены на сопротивления, равные волновым, поэтому отражения в них отсутствуют.

2) Усилители постоянного тока и электрометрические усилители. Рассмотренные выше схемы усилителей содержат между ступенями переходные конденсаторы, которые препятствуют прохождению постоянных токов и напряжений. Для усиления постоянного напряжения или тока применяют устройства, не содержащие таких переходных элементов.

Усилители постоянного напряжения (тока) могут быть разбиты на две группы. На рис. III.43 дана схема двух ступеней усилителя постоянного напряжения с общим источником анодного питания. Здесь режим второй лампы задается выбором соответствующего напряжения катода. В области ненулевых частот схема ведет себя как обычный реостатный усилитель. Главный недостаток схемы в том, что общее напряжение анодного питания U_{ao} больше, чем напряжение, необходимое для одной ступени.

Вторая группа схем усилителей постоянного напряжения — так называемые усилители с потенциометриче-

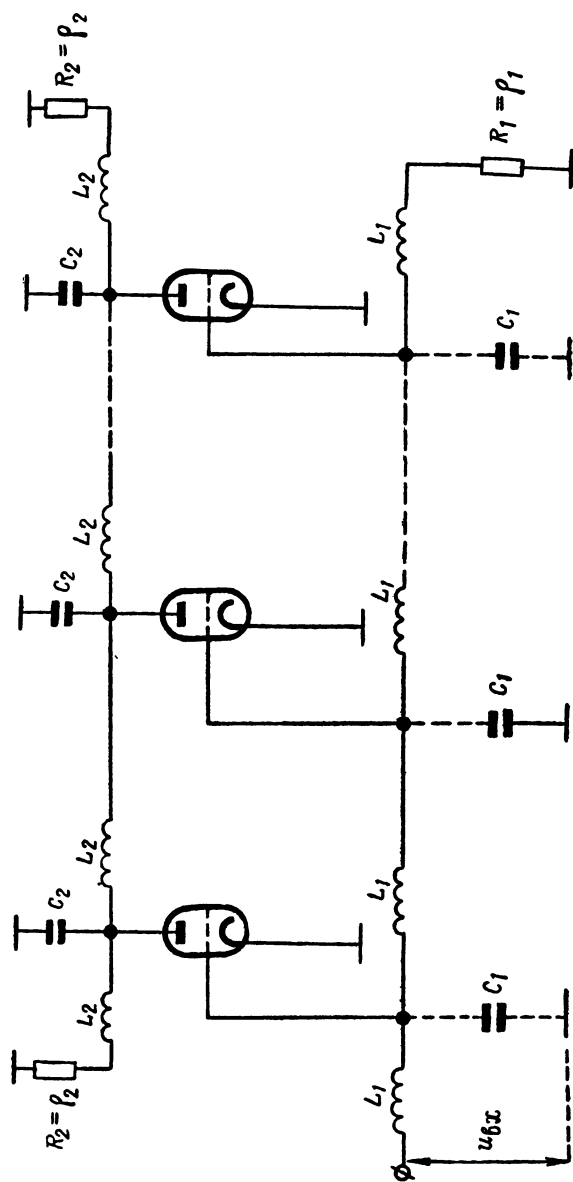


Рис. III. 42.

ской связью ступеней — использует общий источник сеточного смещения U_{g0} (рис. III.44). Преимущество второго типа схем в том, что источник смещения может быть маломощным, так как расхода тока в сеточных цепях нет, хотя некоторый небольшой ток идет на питание делителей R_1R_2 и R_3R_{g2} ,

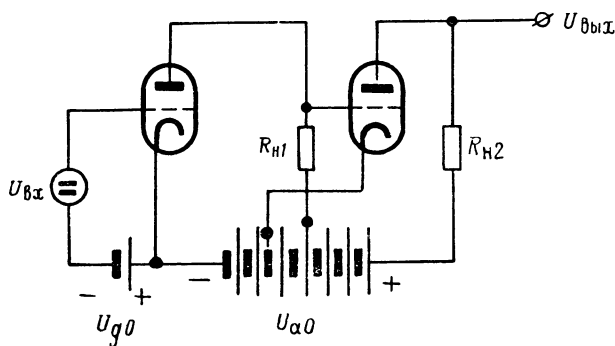


Рис. III. 43.

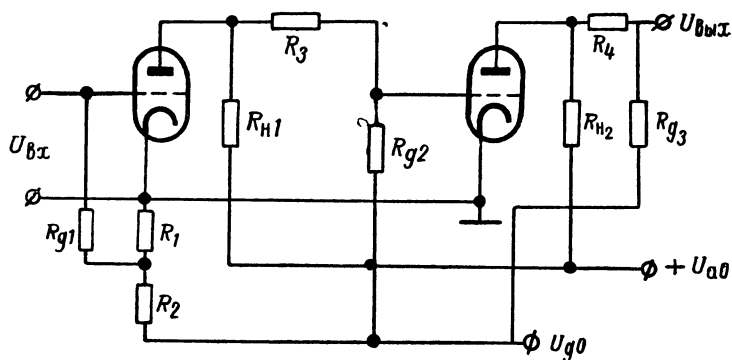


Рис. III. 44.

с которых снимается напряжение на сетки ламп. Другое преимущество этих схем в том, что при потенциометрическом выходе (делитель R_4R_{g3}) напряжение $u_{\text{вых}}$ (относительно земли) может быть при отсутствии сигнала на входе сделано равным нулю.

Коэффициент усиления устройства, схема которого дана на рис. III.44 (при прочих равных условиях), меньше, чем предыдущей (рис. III.43), так как приращение напряжения на аноде первой лампы передается на сетку следующей через делитель R_3R_{g2} .

Для расчета усиления ступени (рис. III.44) можно воспользоваться формулой (III.30), где R_H заменяется на параллельное соединение R_{H1} и $(R_3 + R_{g2})$ и учитывается делитель $R_3 R_{g2}$

$$K_u = \frac{\mu R_H}{R_i + R_H} \cdot \frac{R_{g2}}{R_3 + R_{g2}}, \quad (\text{III.35})$$

где

$$R_H = \frac{R_{H1} (R_3 + R_{g2})}{R_{H1} + R_3 + R_{g2}}. \quad (\text{III.36})$$

Для увеличения усиления увеличивают R_{g2} , но при этом требуется большее напряжение U_{g2} . Многоступенчатые усилители строятся преимущественно по схеме рис. III.44.

Общий недостаток усилителей постоянного тока заключается в том, что вследствие изменения со временем характеристик ламп и резисторов („старение” ламп и резисторов) режим работы усилителя нарушается: изменения среднего постоянного напряжения, падающего на R_{H1} , приводят к дрейфу нуля и могут вывести рабочую точку за линейный участок. Кроме того,

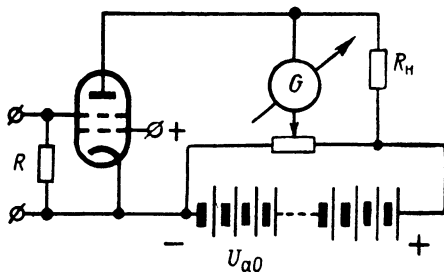


Рис. II.45

нестабильность источников питания, которая приводит к небольшим паразитным изменениям тока на выходе, также ограничивает чувствительность схемы к слабым сигналам. Можно избежать трудностей при создании усилителей постоянного напряжения на большие коэффициенты усиления, если использовать преобразование постоянного тока в переменный с помощью прерывателя. В этом случае основное усиление ведется на частоте преобразования. На выходе усилителя имеется второй преобразователь, восстанавливающий форму входного напряжения.

В качестве примера усилителей постоянного тока рассмотрим так называемые электрометрические усилители, предназначенные для усиления очень слабых токов. На рис. III.45 изображена схема одноступенчатого электрометра для измерения слабого тока по падению напряжения на сопротивлении R . Особенность этой электрометрической схемы заключается в компенсации начального анодного тока лампы через гальванометр G . На чувствительность схемы, представленной на рис. III.45,

накладываются ограничения, вызванные помехами и изменениями среднего значения тока лампы, например, из-за изменения характеристик лампы с течением времени или из-за изменения напряжения питания.

Дрейф нуля можно уменьшить, если применить мостовую схему на двух одинаковых лампах (рис. III.46). Сопротивления $R_{н1}$ и $R_{н2}$ и сопротивления постоянному току ламп Λ_1 и Λ_2

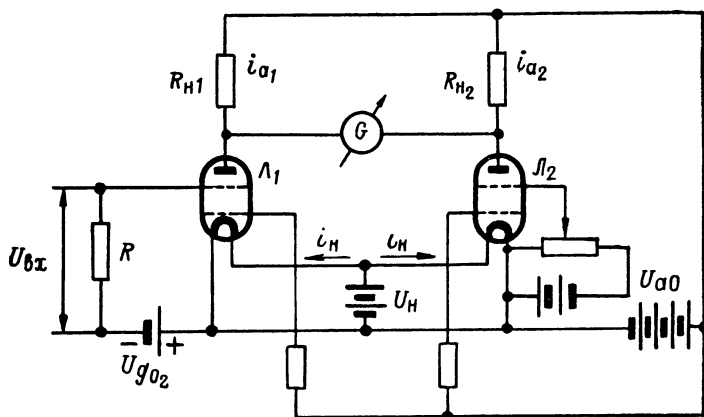


Рис. III. 46

(R_{01} , R_{02} — см. п. 8.2 и (III.2)) образуют мост Уитстона, условие баланса моста

$$\frac{R_{01}}{R_{02}} = \frac{R_{н1}}{R_{н2}}. \quad (\text{III.37})$$

Лампа Λ_1 является измерительной, а лампа Λ_2 — компенсационной. Если обе лампы идентичны и падения напряжений на $R_{н1}$ и $R_{н2}$ равны, то ток через гальванометр равен нулю

$$I_{a1}R_{н1} = I_{a2}R_{н2}. \quad (\text{III.38})$$

Такое равновесие сохранится при работе ламп на линейном участке характеристики и при их полной идентичности. Чтобы получить большое усиление малых токов, к аноду электрометрической лампы первого каскада подсоединяют сетку первой лампы усилителя постоянного тока (УПТ), на выходе которого может использоваться уже сравнительно грубый индикатор (рис. III.47).

3) Трансформаторные усилители. Вместо резистора $R_{н}$ можно включить катушку индуктивности с железным сердечником (дроссель) или обмотку трансформатора. Это позволяет избежать большого падения постоянного напряжения на нагрузке $R_{н}$ и в этом случае напряжение источника

анодного питания может быть меньше. На рис. III.48 дроссель включен как автотрансформатор для согласования нагрузки с первой лампой. На рис. III.49 между лампами включен трансформатор. В качестве другого примера трансформаторного усилителя рассмотрим двухтактную ступень (рис. III.50,

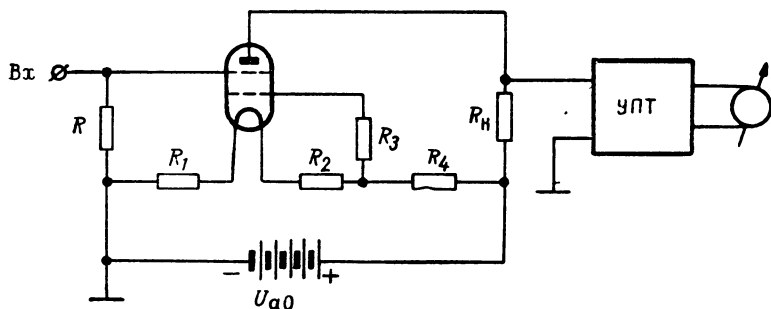


Рис. III. 47.

лампы L_2 , L_3). Она имеет целый ряд преимуществ по сравнению с обычной однотактной ступенью (рис. III.50, лампа L_1): например, более высокий коэффициент полезного действия, лучшее использование ламп и т. п. Для получения больших выходных мощностей применяются исключительно двухтактные трансформаторные ступени.

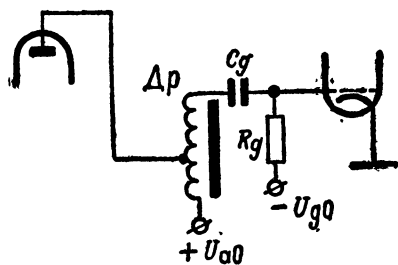


Рис. III 48

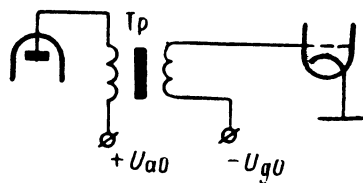


Рис. III. 49

Расчет режима для двухтактного каскада на пентодах производится следующим образом. Анодные характеристики ламп строятся так, что оси u_a противоположно направлены и совмещены в точке U_{a0} (рис. III.51), которая выбирается в качестве рабочей точки. Через эту точку проходит нагрузочная прямая (п. 8.2). При подаче сигнала на вход меняется i_a . Напряжение сигнала поступает на сетки ламп L_2 и L_3 в противофазе и в то время как через одну лампу проходит импульс тока, через другую — ток не течет, и наоборот. В таком режиме двухтактный усилитель имеет более высокий к.п.д., чем однотактный. При

синусоидальном входном сигнале мощность, отдаваемая в активную нагрузку одноконтурной ступенью, равна

$$P = \frac{1}{2} I_{a1m} U_{a1m}, \quad (\text{III.39})$$

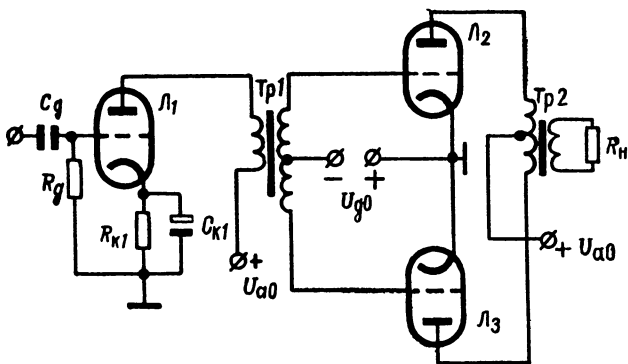


Рис. III. 50

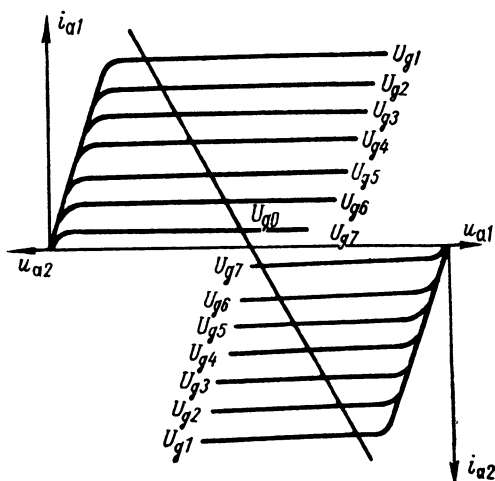


Рис. III. 51

где I_{a1m} и U_{a1m} — амплитуды первых гармоник тока и напряжения на нагрузке в анодной цепи, а мощность, потребляемая от источника питания

$$P_0 = I_{a0} U_{a0}, \quad (\text{III.40})$$

причем $I_{a1m} \ll I_{a0}$ и $U_{a1m} \ll U_{a0}$ (рис. III.13). Видно, что отношение P/P_0 не превышает 50%.

Режим работы одноконтурного усилителя, изображенный на рис. III.13, называется режимом класса А. В этом режиме изме-

нения анодного тока не выходят за пределы линейного участка характеристики и нелинейные искажения отсутствуют. Класс А применяется для одноктактных апериодических (нерезонансных) ступеней усиления.

Введем понятие угла отсечки анодного тока. Пусть анодно-сеточная характеристика радиолампы (рис. III.11) аппроксимирована ломаной линией (рис. III.52).

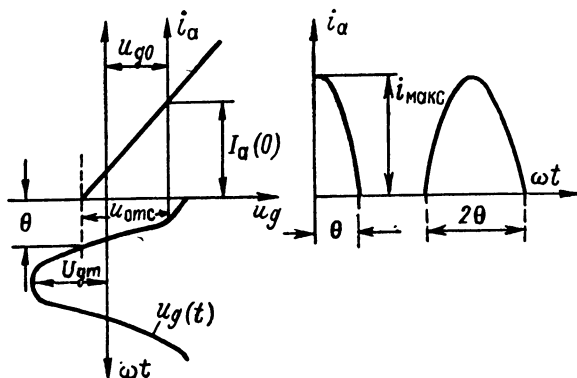


Рис. III. 52

$$I_a = \begin{cases} 0 & \text{при } u_g < U_{\text{отс}}, \\ I_a(0) + S u_g & \text{при } u_g > U_{\text{отс}}. \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

Половина той части периода (выраженного в градусах или радианах), в течение которой протекает ток i_a , называется углом отсечки тока θ .

В классе А усилитель работает с углом отсечки, равным 180° , а величина постоянной составляющей анодного тока не зависит от амплитуды сигнала. При $\theta < 180^\circ$ анодный ток имеет форму импульсов (рис. III.52) и содержит большое число гармоник, из которых полезной в усилительном режиме является только первая. В резонансных усилительных каскадах, когда нагрузкой является колебательный контур, настроенный на первую гармонику, на нем выделяется напряжение, пропорциональное току первой гармоники. Поэтому в таком усилителе и при $\theta < 180^\circ$ сохраняется синусоидальная форма колебаний. Разложим импульсы анодного тока в ряд по гармоническим составляющим (II.123)

$$I_{a0} = \alpha_0(\theta) i_{a \text{ макс}}, \quad I_{anm} = \alpha_n(\theta) i_{a \text{ макс}}, \quad (\text{III.42})$$

где $\alpha_0(\theta)$, $\alpha_n(\theta)$ — нормированные к $i_{a \text{ макс}}$ коэффициенты ряда Фурье. Они называются коэффициентами разложения, или коэффициентами Бертга, и имеются в таблицах и на графиках.

При условии полного использования анодного напряжения ($U_{a1m} \cong U_{a0}$) к. п. д. равен

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{0,5 I_{a1m} U_{a1m}}{I_{a0} U_{a0}} \cong 0,5 \frac{\alpha_1}{\alpha_0}(\theta), \quad (\text{III.43})$$

где $\frac{\alpha_1}{\alpha_0}$ — функция угла отсечки анодного тока. С уменьшением угла отсечки

$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} \rightarrow 2$, а $\eta \rightarrow 1$.

Режим работы, когда $\theta = 90^\circ$, называется режимом класса В. При этом $\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{\pi}{2}$ и к. п. д. $\eta = \frac{\pi}{4}$, т. е. примерно в полтора раза выше, чем наибольший к. п. д. в классе А.

Две лампы, каждая из которых работает в классе В, можно объединить в двухтактной схеме (рис. III.50, лампы Л₂, Л₃), чтобы суммарная характеристика мало отличалась от линейной (рис. III.51). Вблизи рабочей точки U_{a0} характеристики идут „гуще”, этот участок нелинейный. Когда амплитуда I_{a1m} мала, имеют место нелинейные искажения.

9.5. Резонансные усилители. На радиочастотах в качестве нагрузки часто используется параллельный колебательный контур, полное сопротивление которого вблизи резонанса может достигать большой величины (рис. III.53).

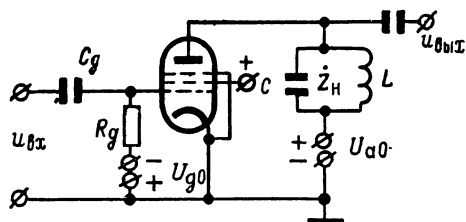


Рис. III. 53

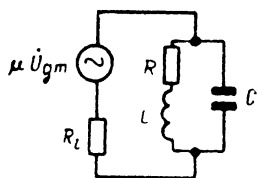


Рис. III. 54

Особенностью такого усилителя является его способность усиливать только те сигналы, частота которых лежит вблизи резонансной частоты контура.

Эквивалентная схема усилителя, изображенного на рис. III.53, приведена на рис. III.54. При резонансе сопротивление LRC контура равно (II.43). Как правило, резонансный усилитель собирают на пентоде и сопротивление (II.43) меньше внутреннего сопротивления лампы, так что коэффициент усиления резонансного каскада определяется формулой, аналогичной (III.32)

$$K_u = SQ\rho. \quad (\text{III.44})$$

Полоса пропускания резонансного каскада определяется полосой контура (II.40) (рис. II.7) с учетом шунтирующего действия R_l лампы.

Для расширения полосы используют связные контуры. Эквивалентная схема такого каскада дана на рис. III.55. Лампа, нагруженная на первый параллельный контур (см. рис. III.53, III.54), заменена эквивалентным генератором $\mu \dot{U}_{gm}$; с первым контуром индуктивно связан второй, с которого снимается напряжение \dot{U}_{g2m} на сетку следующей лампы.

Эта эквивалентная схема может быть приведена к схеме двух связанных контуров, аналогичных рис. II.10. Для этого первый контур „разрезается” по линии 1—2 и левая часть заменяется эквивалентным генератором с напряжением, равным напряжению на выходе 1—2

$$\dot{U}_{\text{э}m} = \frac{\dot{I}_{am}}{j\omega C_1} \cong j\omega L_1 \dot{I}_{am} \quad (\text{III.45})$$

и внутренним сопротивлением

$$\dot{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C_1 + \frac{1}{R_i}}. \quad (\text{III.46})$$

Выражение (III.45) преобразуем, используя (III.15) при $|\dot{Z}_n| = \frac{1}{\omega C_1} \ll R_i$,

заменяя $\frac{\mu}{R_i} = S$,

$$\dot{U}_{3m} \cong j\omega L_1 S \dot{U}_{g1m} \quad (\text{III.47})$$

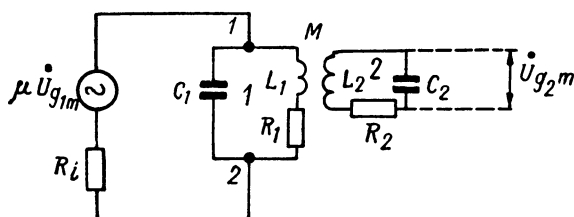


Рис. III. 55

Аналогично преобразуем (III.46)

$$\dot{Z}_3 \cong \frac{\omega^2 L_1^2}{R_i} + j\omega L_1 = \frac{\omega^2 L_1^2}{R_i} + \frac{1}{j\omega C_1}. \quad (\text{III.48})$$

Соотношениям (III.47) и (III.48) соответствует эквивалентная схема, изображенная на рис. III.56.

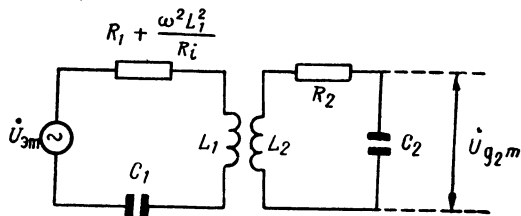


Рис. III 56

Дальнейший расчет производится аналогично § 5. Нагрузка на лампу определяется собственным сопротивлением первого контура и сопротивлением, вносимым в него из второго (II.50)—(II.52), а выходное напряжение U_{g2} определяется током во втором контуре (II.53)—(II.64).

9.6. Обратные связи в усилителях. Обратная связь состоит в том, что часть энергии с выхода усилителя поступает на его вход. Она часто вводится намеренно для изменения характеристик усилителя в нужном направлении. С другой стороны, неконтролируемые, паразитные обратные связи обычно резко ухудшают качество усилителя. Различают обратные связи по напряжению, по току и комбинированные.

Рассмотрим схему усилителя, охваченного обратной связью по напряжению. Усилитель изображен в виде четырехполюсника (рис. III.57). По определению имеем

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_{\text{вых}m}}{\dot{U}_{\text{вх}m}}.$$

Напряжение $\dot{U}_{\text{вых}}$ с выхода усилителя подается на его вход через цепь обратной связи, имеющей коэффициент передачи

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{U}_{\beta m}}{\dot{U}_{\text{вых}m}}, \quad (\text{III.49})$$

и суммируется с напряжением сигнала

$$\dot{U}_{\text{вх}m} = \dot{U}_{cm} + \dot{U}_{\beta m}. \quad (\text{III.50})$$

Введем понятие о коэффициенте усиления усилителя с обратной связью \dot{K}_{β}

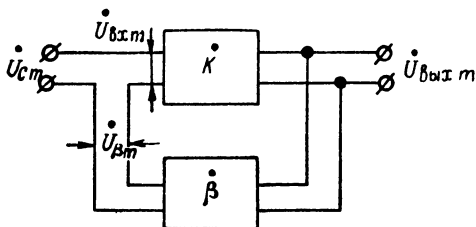


Рис. III.57.

$$\dot{K}_{\beta} = \frac{\dot{U}_{\text{вых}m}}{\dot{U}_{cm}}.$$

Учитывая выражение (III.50), получим

$$\begin{aligned} \dot{K}_{\beta} &= \frac{\dot{U}_{\text{вых}m}}{\dot{U}_{\text{вх}m} - \dot{U}_{\beta m}} = \frac{\dot{K} \dot{U}_{\text{вх}m}}{\dot{U}_{\text{вх}m} - \dot{\beta} \dot{U}_{\text{вых}m}} = \\ &= \frac{\dot{K} \dot{U}_{\text{вх}m}}{\dot{U}_{\text{вх}m} - \dot{\beta} \dot{K} \dot{U}_{\text{вх}m}} = \frac{\dot{K}}{1 - \dot{\beta} \dot{K}}. \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Когда обратная связь увеличивает K , она называется положительной, когда уменьшает — отрицательной. Точка $\dot{\beta} \dot{K} = 1$ является особой: при этом $|K_{\beta}| = \infty$. Этот случай будет исследован ниже (§ 13).

Рассмотрим схему усилителя с катодной нагрузкой (катодного повторителя), изображенную на рис. III.58. Цепь обратной связи состоит из прямого соединения выхода со входом так, что все выходное напряжение в противофазе возвращается на вход через источник сигнала \dot{U}_{cm} .

$$\dot{U}_{\beta m} = -\dot{U}_{\text{вых}m}, \quad (\text{III.52})$$

т. е. $\dot{\beta} = -1$ (см. рис. III.57). Поэтому

$$\begin{aligned} U_{\text{вх}m} &= U_{cm} - U_{\text{вых}m}, \\ K_{\beta} &= \frac{U_{\text{вых}m}}{U_{cm}} = \frac{K_u}{1 + K_u}. \end{aligned} \quad (\text{III.53})$$

Схема на рис. III.58 отличается от обычного каскада усилителя на сопротивлении (рис. III.12, III.32) тем, что нагрузка R_n

включена не в анодной, а в катодной цепи. Следствием этого является изменение фазы выходного напряжения по сравнению с (III.30) на противоположную. Выражение (III.53) принимает вид

$$K_{\beta} = \frac{\mu}{\mu + 1 + \frac{R_i}{R_n}}. \quad (\text{III.54})$$

Здесь в отличие от каскада с анодной нагрузкой фаза выходного напряжения равна фазе входного.

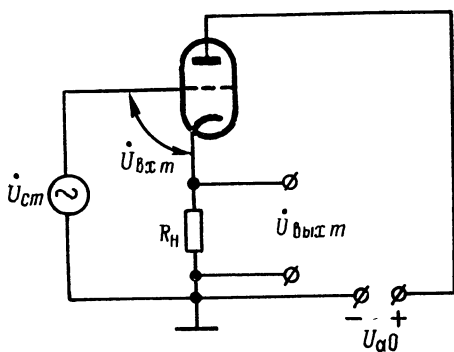


Рис. III. 58

В качестве второго примера рассмотрим усилитель с обратной связью через катодный повторитель и двойной T-мост (рис. III.59). Такой мост (см. п. 7.6) не пропускает сигнал на частоте, определяемой формулой (II.154). Через него подана отрицательная обратная связь, так что для всех частот, далеких от частоты (II.154), коэффициент усиления каскадов, охваченных обратной связью, оказывается близким к нулю. Ширина действующей „резонансной” кривой каскада тем меньше, чем больше K_u усилителя (в реальных каскадах резонансные

свойства моста ухудшаются тем, что он нагружен сопротивлениями схемы на входе и выходе).

В заключение сделаем несколько общих замечаний. Если в формуле (III.51)

$$|1 - \beta K| \gg 1,$$

что достигается за счет больших коэффициентов усиления K , то

$$K_{\beta} \cong \frac{1}{\beta}.$$

Коэффициент усиления усилителя при наличии сильной отрицательной обратной связи практически не зависит от K . На этом основана стабилизация коэффициента усиления усилителя путем введения отрицательной обратной связи. Например, в измерительных схемах сильная отрицательная обратная связь обеспечивает постоянство усиления при изменении характеристик ламп.

Цепь обратной связи может состоять из пассивных элементов (в частности, из резисторов), поэтому в широкой полосе частот легче осуществить постоянство модуля и линейность фазы (т. е. условия неискаженной передачи) для $\frac{1}{\beta}$, чем для K .

В активных элементах схем — лампах и полупроводниковых триодах, как будет показано в § 10, часто имеет место паразитная положительная обратная связь, например, через внутриламповые емкости в лампах на высоких частотах. На низких частотах внутренняя обратная связь в лампе обычно отсутствует, но она, как показано ниже, имеется в полупроводниковом триоде, так как режим его входной цепи существенно зависит от режима его выходной цепи. Эта связь приводит к резкой неустойчивости усиления, например, при изменении температуры.

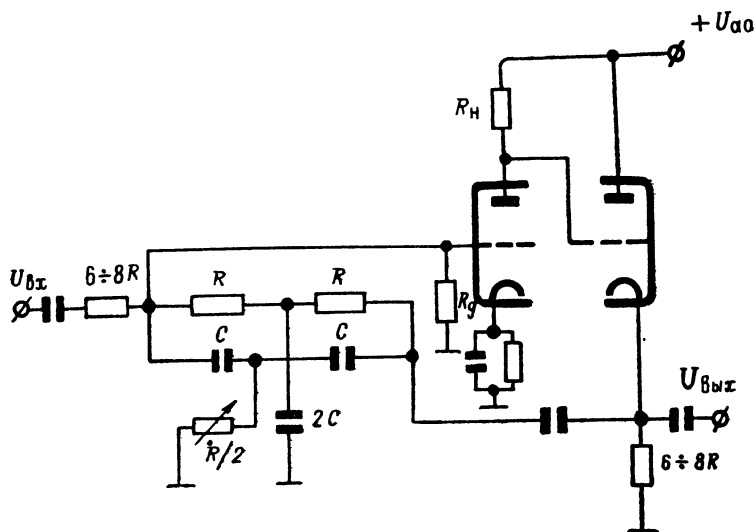


Рис. III. 59

9.7. Собственные шумы усилителей.

1) Помехи при усилении.

На выходе усилителя вместе с полезным сигналом при достаточном усилении появляются помехи. Местом их возникновения часто является вход усилителя и в этом случае они усиливаются вместе с сигналом. Иногда помехи возникают в процессе самого усиления.

Некоторые помехи могут быть устранены. К таким относятся:

на высоких частотах — наведенные э.д.с. в цепях, находящихся в переменных электромагнитных полях; они устраняются с помощью экранировки соответствующих цепей;

на низких частотах — „микрофонный” эффект, который состоит в возникновении помехи при сотрясении деталей и радиоламп усилителя (пластин конденсаторов, электродов радиоламп), устраняется увеличением жесткости подвижных деталей и амортизацией ламп и узлов;

фон переменного тока, возникающий при недостаточной фильтрации выпрямленных напряжений питания.

К неустранимым помехам относятся флуктуации электрических зарядов в резисторах и в лампах, особенно на входе и в первых каскадах усилителя, так как в этом случае они усиливаются всем усилителем. Такие флуктуации обычно имеют характер шума.¹ В резисторах они возникают благодаря тепловому движению зарядов.

Среднее значение квадрата мгновенных значений э.д.с. тепловых шумов в резисторе по теореме Найквиста пропорционально температуре

$$\overline{e_{\text{ш}}^2} = 4kTR_{\text{ш}}\Delta f, \quad (\text{III.55})$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{вт}}{\text{гц град}}$ (постоянная Больцмана); T — температура в °К; Δf — полоса шумов (гц); $R_{\text{ш}}$ — сопротивление резистора (ом). Чисто реактивные сопротивления не являются источниками шумов. Если подключить резистор с сопротивлением $R_{\text{ш}}$ к согласованной нагрузке, то он будет источником шумовой мощности, равной

$$P_{\text{ш}} = kT\Delta f. \quad (\text{III.56})$$

Другим источником неустранимых помех, как уже было отмечено, являются флуктуации тока в лампах. Ток лампы ди-скретен, он состоит из электронов. Число электронов, испускаемых катодом за некоторый фиксированный промежуток времени, т. е. заряд, переданный аноду в течение этого промежутка, не остается постоянным, он флуктуирует около среднего значения. Это явление называется дробовым эффектом.

Среднее значение квадрата мгновенных значений тока диода в режиме насыщения (в случае, когда нет пространственного заряда и все электроны идут на анод) может быть вычислено по формуле

$$\overline{i_{\text{ш}}^2} = 2ei_a\Delta f, \quad (\text{III.57})$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ к — заряд электрона; i_a — ток диода (а); Δf — полоса (гц), в которой вычисляется шумовой ток.

Наличие сеток увеличивает шумы лампы за счет перераспределения электронов между электродами. Для удобства расчетов вводится понятие шумового сопротивления лампы, например, для триода

$$R_{\text{ш}} [\text{ком}] = -\frac{2,5 \div 3}{S \left[\frac{\text{ма}}{\text{в}} \right]}. \quad (\text{III.58})$$

Эквивалентная схема состоит из генератора шумов, имеющего средний квадрат шумовой э. д. с., определяемый (III.55), и идеальной «не шумящей» лампы (рис. III.60).

¹ На экране осциллографа шумовое напряжение наблюдается в виде «травки» из всплесков, на экране телевизора — в виде «хлопьев снега», в громкоговорителе — прослушивается в виде шороха или шипения.

В лампах с активированными катодами дополнительный и существенный вклад в шумовой ток вносит эффект «мерцания» поверхности катода, связанный с изменением ее эмиссионных свойств. В отличие от дробового шума спектр эффекта мерцания расположен в основном в области низких звуковых частот.

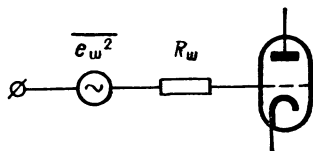


Рис. III. 60.

2) Математическое описание шума. Математическое описание шумового напряжения $u(t)$ основано на понятиях теории вероятностей. В теории цепей эти понятия имеют определенный физический смысл, на выяснении которого мы сейчас остановимся. Функция

$$F(u) = P(\xi \leq u),$$

которая показывает вероятность того, что хаотически меняющаяся величина $\xi(t)$ не превосходит уровня u , называется функцией распределения вероятности. Производная

$$W(u) = \frac{dF(u)}{du} \quad (\text{III.59})$$

называется плотностью распределения вероятностей, $W(u)du$ — вероятность нахождения величины между u и $u + du$. Распределение вероятностей может подчиняться различным законам. При нормальном или гауссовом распределении имеем

$$F(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad W(u) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{u^2}{2}}. \quad (\text{III.60})$$

Экспериментально установлено, что по нормальному закону распределены шумы резисторов, ламп, фотоумножителей и других элементов.

При релеевском распределении

$$F(u) = P(\xi \leq u) = e^{-u^2}, \quad W(u) = 2ue^{-u^2} du. \quad (\text{III.61})$$

Релеевскому закону подчиняются, например, мгновенные значения огибающей гауссового шума.

Сигнал, для которого плотность распределения энергии в спектре (п. 7.2) постоянна, а распределение мгновенных значений гауссово, называется белым шумом.

Шум представляет собой случайный процесс, который может быть нестационарным или стационарным. Примером нестационарного шума является собственный шум усилителя сразу после включения источника питания. В результате длительного прогрева ламп и установления режима шум становится стационарным, после чего функции $F(u)$ и $W(u)$ от времени не зависят.

Стационарные процессы, встречающиеся в радиотехнике (за редкими исключениями), обладают свойством эргодичности, благодаря которому усреднение по реализациям дает такой же результат, что и усреднение по времени.

Мгновенные значения шумового напряжения $u(t)$, группируются около некоторого среднего значения. Оно является ничем иным, как постоянной составляющей этого напряжения, а на языке теории вероятностей — математическим ожиданием $M[u(t)]$

$$M[u(t)] \approx \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt. \quad (\text{III.62})$$

Математическое ожидание квадрата шумовой функции равно среднему значению квадрата функции $u(t)$, следовательно, пропорционально средней мощности флуктуационного процесса

$$M[u^2(t)] \approx \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt. \quad (\text{III.63})$$

Величина, равная разности (III.63) и квадрата (III.62), называется дисперсией

$$D[u(t)] = M[u^2(t)] - M^2[u(t)] \approx \frac{1}{T} \int_0^T \{u(t) - M[u(t)]\}^2 dt. \quad (\text{III.64})$$

Дисперсия пропорциональна разности между мощностью всего процесса и мощностью его постоянной составляющей, т. е. пропорциональна мощности переменных составляющих шума. При $M[u(t)] = 0$ имеем $D[u(t)] = M[u^2(t)]$. С целью описания взаимной статистической связи для двух шумовых напряжений вводится взаимная корреляционная функция.

$$R_{12}(t, t') = M[\{u_1(t) - M[u_1(t)]\} \{u_2(t') - M[u_2(t')]\}], \quad (\text{III.65})$$

а для одного напряжения (в разные моменты времени) — автокорреляционная функция

$$R(t, t') = M[\{u(t) - M[u(t)]\} \{u(t') - M[u(t')]\}]. \quad (\text{III.66})$$

Остановимся подробнее на автокорреляционной функции тех флуктуационных процессов, у которых отсутствует постоянная составляющая.

Обозначив $\tau = t' - t$, запишем (III.66) в виде

$$R(\tau) = M[u(t)u(t + \tau)] \quad (\text{III.67})$$

или

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)u(t + \tau) dt. \quad (\text{III.68})$$

Отсюда видно, что автокорреляционная функция дает представление о линейной зависимости значений $u(t)$, разделенных интервалом¹ τ .

Автокорреляционная функция связана со спектральной плотностью мощности. Представим напряжение $u(t + \tau)$ с помощью интеграла Фурье (II.132)

$$u(t + \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega(t + \tau)} d\omega. \quad (\text{III.69})$$

¹ Для чисто случайного процесса всегда можно указать такое τ_0 что при $\tau > \tau_0$ величины $u(t)$ и $u(t + \tau)$ можно считать практически независимыми. Величина τ_0 называется временем или интервалом корреляции.

Подставив (III.69) в (III.68), получим

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{S(\omega) \int_0^T u e^{j\omega t} dt}{T} \right] e^{j\omega \tau} d\omega. \quad (\text{III.70})$$

При $T \rightarrow \infty$ имеем

$$\lim \int_0^T u e^{j\omega t} dt = S(-\omega),$$

где $S(-\omega)$ — величина, комплексно-сопряженная с $S(\omega)$. Выражение в квадратных скобках (III.70) является спектральной плотностью мощности

$$G(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S(\omega)|^2}{T},$$

а автокорреляционная функция — преобразованием Фурье от спектра мощности

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega \tau} d\omega. \quad (\text{III.71})$$

Аналогично может быть получено обратное преобразование

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau. \quad (\text{III.72})$$

При $\tau = 0$ из (III.67) автокорреляционная функция равна дисперсии и из (III.71) равна мощности шума

$$R(0) = D[u(t)] = P_{\text{ш}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega. \quad (\text{III.73})$$

Если $G(0) = G = \text{const}$, то

$$P_{\text{ш}} = 2G\Delta f. \quad (\text{III.74})$$

Распределение вероятности (III.59) не зависит от формы кривой спектральной плотности мощности $G(\omega)$. Так, например, белый шум резистора и полупроводниковый шум с „треугольным” распределением $G(\omega)$ — оба являются нормальными шумами.

3) Шумы в многокаскадных усилителях. Остановимся сначала на некоторых общих понятиях теории шумящих цепей. Для характеристики шумящей цепи вместо температуры шумов T (III.55), (III.56) используется также понятие коэффициента шума N . Коэффициент шума N показывает, во сколько раз изменяется отношение мощности сигнала P_c к мощности шума $P_{\text{ш}}$ при прохождении сигнала через данную цепь

$$N = \frac{\left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}\right)_{\text{вх}}}{\left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}\right)_{\text{вых}}} = \frac{\frac{P_c}{kT_0\Delta f}}{\frac{P_c K_p}{[(kT_0\Delta f + kT\Delta f)K_p]}} = 1 + \frac{T}{T_0}. \quad (\text{III.75})$$

Здесь T_0 — температура шумов, подводимых к цепи вместе с сигналом; T — температура собственных шумов; K_p — коэффициент усиления, Δf — полоса пропускания цепи.

Величина $n = \frac{T}{T_0}$ называется шумовым числом.

При каскадном включении нескольких шумящих четырехполюсников, например четырех (рис. III.61), шумовая мощность на выходе вычисляется по следующей очевидной формуле:

$$P_{\text{ш}} = kT\Delta f K_{P1}K_{P2}K_{P3}K_{P4} = k\Delta f (T_1K_{P1}K_{P2}K_{P3}K_{P4} + T_2K_{P2}K_{P3}K_{P4} + T_3K_{P3}K_{P4} + T_4K_{P4}),$$

где T_1, T_2, T_3 и т. д. — шумовые температуры, а K_{P1}, K_{P2} и т. д. — коэффициенты усиления для первой, второй и т. д. цепей. Следо-

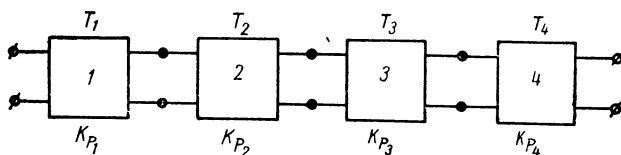


Рис. III. 61

вательно, эквивалентная шумовая температура T , приведенная ко входу, равна

$$T = T_1 + \frac{T_2}{K_{P1}} + \frac{T_3}{K_{P1}K_{P2}} + \frac{T_4}{K_{P1}K_{P2}K_{P3}}. \quad (\text{III.76})$$

При прохождении шума через усилитель в общем случае может меняться как его спектр, так и закон распределения. Если усилитель линейный и широкополосный, то спектр шума на выходе определяется функцией $K(\omega)$ усилителя. Например, белый шум ($G(\omega) = \text{const}$ и $R(\tau = 0) = 0$) после прохождения через такой усилитель имеет время корреляции, обратно пропорциональное полосе пропускания усилителя. Нормальный закон распределения при этом сохраняется.

Линейные узкополосные (резонансные) цепи обладают свойством нормализовать шуму с другими законами распределения. Это свойство основано на теореме Ляпунова: сумма независимых случайных величин стремится к предельному — нормальному закону при условии, что число слагаемых очень велико, а вклад каждой — мал. В анодной цепи резонансного усилителя включен колебательный контур (см. рис. III.53), который является линейной инерционной системой. Отдельные выбросы шума (амплитуды их могут быть распределены не по нормальному закону) вызывают затухающие гармонические колебания с собственной частотой контура (п. 3.2). Сумма колебаний в каждый момент времени дает напряжение на контуре.

При наличии нелинейности в цепи усилителя меняется как закон распределения амплитуд, так и спектральный состав шума.

§ 10. Полупроводниковые приборы в радиосхемах

10.1. Полупроводниковый диод. Проводимость кристалла полупроводника, создаваемая электронами, называется электронной проводимостью. Недостаток электронов выражается в наличии положительно заряженных дырок в решетке кристалла, которые могут „перемещаться” под действием внешнего электрического поля. Конечно, и в случае „дырочной проводимости” носителями перемещаемых зарядов являются электроны, хотя говорят, что основными носителями являются дырки. Дырочная проводимость называется p -проводимостью, а электронная — n -проводимостью.

Контакт двух кристаллов с p - и n -проводимостью (p - n -переход) имеет нелинейную вольтамперную характеристику $i(u)$. Электроны и дырки, диффундируя на границе в кристалл с другим типом проводимости, образуют барьерную разность потенциалов. Если приложить положительное напряжение к полупроводнику p -типа, а отрицательное — к полупроводнику n -типа, то основные носители зарядов в этих полупроводниках двигаются к p - n -переходу и там рекомбинируют. Величина тока через p - n -переход в этом случае определяется концентрацией основных носителей в кристаллах. При перемене знака приложенного напряжения на обратный основные носители в кристаллах уходят от p - n -перехода, так что область перехода обедняется ими. Перенос зарядов через p - n -переход в этом случае осуществляется неосновными носителями, имеющими весьма малую концентрацию в кристаллах полупроводника. Сопротивление перехода резко возрастает.

Полупроводниковый диод является устройством, имеющим один p - n -переход. На рис. III.62 приведены его характеристика $i(u)$ и условное обозначение (указана полярность напряжения, открывающего диод). Эта характеристика напоминает характеристику вакуумного диода (см. рис. III.1), схемы выпрямления на этих диодах будут также аналогичны ламповым.

Особым видом полупроводниковых диодов являются кремниевые стабилитроны. Они работают в режиме пробоя.

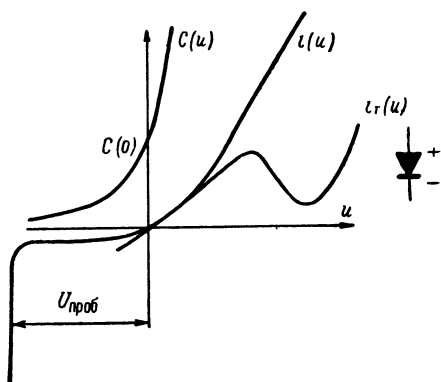


Рис. III. 62

Пробой наступает при включении большого обратного напряжения ($u > u_{\text{проб}}$, рис. III.62) и сопровождается лавинным размножением носителей тока. Главную роль при этом играет явление ударной ионизации в твердом теле, сходное с ионизацией в газоразрядном стабилитроне.

Чтобы ограничить ток пробоя, последовательно с кремниевым стабилитроном КС включается резистор R_6 (рис. III.63).

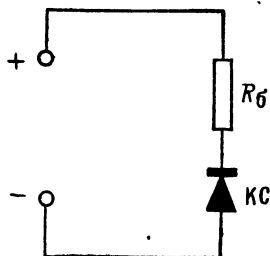


Рис. III. 63

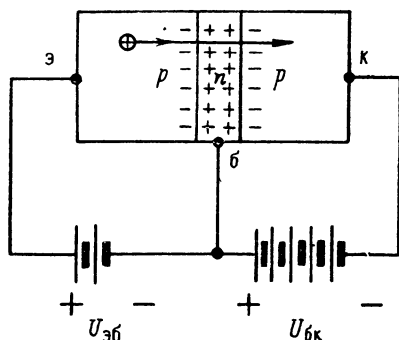


Рис. III. 64

В отличие от газоразрядных стабилизаторов кремниевые имеют более низкое напряжение стабилизации и более слабую зависимость его от тока.

Барьерный p - n -переход обладает емкостью, зависящей от напряжения ($C(u)$ на рис. III.62). Специальные полупроводниковые диоды — варикапы — используются в качестве нелинейных конденсаторов.

Особым видом полупроводниковых диодов являются так называемые туннельные диоды. Такой диод характеризуется наличием на его вольтамперной характеристике $i_T(u)$ участка с отрицательной производной $\frac{di_T}{du} < 0$ (рис. III.62). В этом режиме диод обладает отрицательным внутренним сопротивлением.

10.2. Полупроводниковый триод (транзистор). Полупроводниковый триод (транзистор) является устройством, с двумя p - n -переходами. Он имеет три вывода. Крайние выводы (рис. III.64) называются эмиттером (э) и коллектором (к), а средний — базой (б). Эмиттер является источником основных носителей заряда: электронов в n - p - n -транзисторе и дырок в p - n - p -транзисторе. База — управляющий электрод транзистора. Для обеспечения работы транзистора p - n - p -типа между эмиттером и базой и между коллектором и базой приложены постоян-

ные напряжения, как показано¹ на рис. III.64. Между эмиттером и базой можно приложить напряжение, которое будет управлять потоком основных носителей, вводимых в базу и через нее — в цепь коллектора, так как толщина слоя n мала. Ток коллектора равен

$$i_k = I_{ko} + \alpha i_{\partial}, \quad (\text{III.77})$$

где I_{ko} — некоторый начальный ток, не связанный с током эмиттера i_{∂} , $\alpha \cong 1$.

Между транзистором и трехэлектродной лампой имеется формальное сходство. В транзисторе роль катода играет эмиттер, роль сетки — база, а анодом „служит” коллектор. Но в отличие от электровакуумного триода, в цепи сетки которого при отрицательном напряжении сеточного смещения ток не течет, у транзистора ток базы обычно имеется в любом режиме, поэтому в цепи базы расходуется мощность сигнала.²

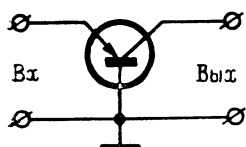


Рис. III. 65

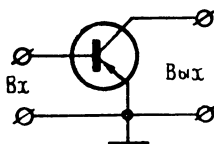


Рис. III. 66

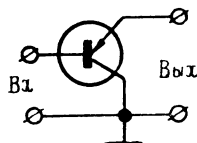


Рис. III. 67.

Транзистор имеет, однако, существенные преимущества по сравнению с электронным триодом; он имеет малые габариты и вес, стлчается стойкостью к вибрациям, не потребляет мощности на накал и более долговечен. Поэтому транзисторы во многих случаях (особенно в авиации, космонавтике, счетно-решающей технике и т. д.) вытесняют радиолампы.

Включение в схему транзистора, как и лампы, осуществляют так, что один из его электродов является общим для цепей входа и выхода. Различают схемы с общей базой (О. Б., рис. III.65), общим эмиттером (О. Э., рис. III.66) и общим коллектором (О. К., рис. III.67).

Коэффициенты усиления транзистора по току равны:

для схемы с О. Б.
$$K_i = \left. \frac{di_k}{di_{\partial}} \right|_{u_k = \text{const}} = \alpha < 1, \quad (\text{III.78})$$

для схемы с О. Э.
$$K_i = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \beta > 1, \quad (\text{III.79})$$

для схемы с О. К.
$$K_i = \frac{1}{1 - \alpha} > 1. \quad (\text{III.80})$$

¹ Иногда используется обратное (инверсное) включение, при котором меняются функции эмиттера и коллектора транзистора.

² Исключением являются полевые транзисторы, управляемые напряжением.

Схема с общим эмиттером формально эквивалентна усилительной ступени на электровакуумном триоде с нагрузкой в анодной цепи, а схема с общим коллектором — катодному повторителю.

Наиболее распространенной схемой включения транзистора для усиления является схема с О. Э. (рис. III.66). При этом в зависимости от того, питается ли вход транзистора от источника, который может рассматриваться как источник э. д. с., или от источника, который может рассматриваться как источник тока, используются следующие системы характеристик:

$$i_6 = f_1(u_6, u_k), \quad i_k = f_2(u_6, u_k), \quad (\text{III.81})$$

или

$$i_6 = f_1(i_6, u_k), \quad i_k = f_2(i_6, u_k). \quad (\text{III.82})$$

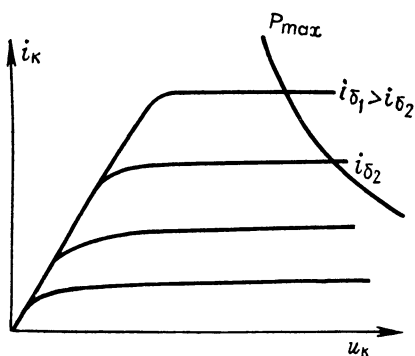


Рис. III. 68

В отличие от лампового варианта, второй случай встречается часто, так как сопротивление открытого эмиттерного перехода может быть малым по сравнению с внутренним сопротивлением источника. В этом случае ток во входной цепи транзистора не зависит от его режима и определяется сопротивлением источника сигнала. Типичные для схем с О. Э. семейства коллекторных характеристик приведены на рис. III.68, III.69.

Важным параметром транзистора является коэффициент передачи базового тока β

$$\beta = \left. \frac{di_k}{di_6} \right|_{u_k = \text{const}}. \quad (\text{III.83})$$

Особенностью транзисторов является зависимость их параметров от температуры. Один из способов термостабилизации режима транзистора показан на рис. III.70. В эмиттерную цепь включен резистор с сопротивлением R_3 . Создается отрицательная обратная связь, аналогичная той, которая существует в схеме катодного повторителя (рис. III.58). Конденсатор C_3 обеспечивает отсутствие обратной связи по переменному току. Цепь, схема которой дана на рис. III.70, формально похожа на цепь автоматического смещения радиолампы (рис. III.32), но работа и назначение ее несколько иные. Постоянная составляющая тока лампы в цепи автоматического смещения создает напряжение смещения, которое соответствует выбранному режиму ра-

боты; постоянная составляющая тока эмиттера меняется с изменением его параметров в зависимости от температуры и благодаря обратной связи регулирует режим транзистора.

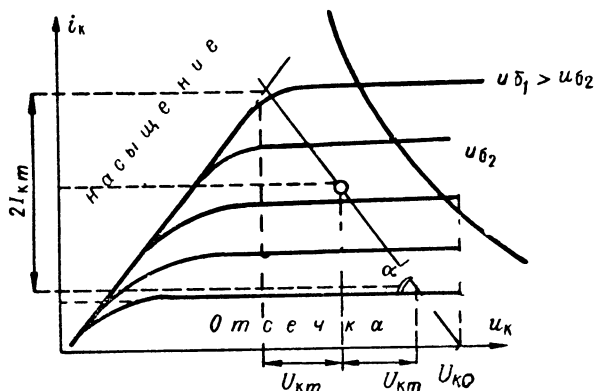


Рис. III.69

Выбор режима транзистора, работающего в усилительной ступени, может быть выполнен по его коллекторным характеристикам, например, по $i_k(u_б, u_k)$ (рис. III.69). Рабочая область характеристик ограничена снизу областью нелинейных искажений (отсечки), где характеристики как бы «сгущаются», слева — так называемой областью «насыщения» и справа — областью, где мощность больше максимально допустимой, рассеиваемой на коллекторе

$$P_{\text{макс}} = (u_k i_k)_{\text{макс}} = P_{k \text{ макс}}. \quad (\text{III.84})$$

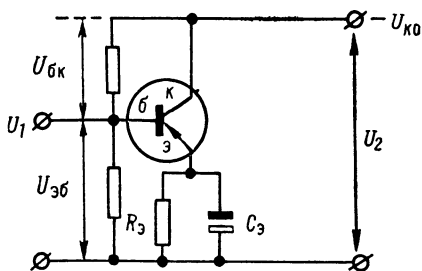


Рис. III.70

Нагрузочная характеристика (нагрузочная прямая) должна иметь наклон, определяемый формулой (III.6) $\text{ctg } \alpha = R_k$, где R_k — нагрузка в цепи коллектора. Рабочую точку выбираем так, чтобы работа происходила на линейном участке характеристик. Максимально допустимая амплитуда $U_{kм}$ переменного напряжения на коллекторе не должна вызывать пробоя транзистора. Выходная мощность, снимаемая с транзистора, равна

$$P_{\text{вых}} = \frac{1}{2} I_{kм} U_{kм}. \quad (\text{III.85})$$

Величины $I_{kм}$ и $U_{kм}$ можно определить по графику рис. III.69.

Транзисторы часто используются в режиме ключа: основное назначение такого режима заключается в коммутации (замыкании и размыкании) различных цепей под воздействием управляющих сигналов. При этом оба перехода транзистора в стационарном режиме находятся в одном из двух состояний: открытым или полностью закрытым.

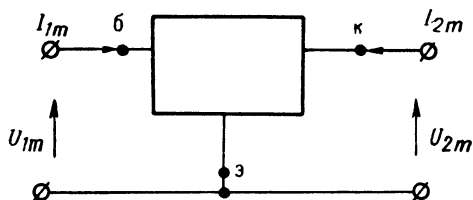


Рис. III. 71

10.3. Эквивалентная схема транзистора. При анализе усилительных каскадов на полупроводниковых триодах так же, как и при анализе ламповых, широко применяются эквивалентные схемы, которые получаются путем замены транзистора эквивалентным генератором с соответствующим внутренним сопротивлением.

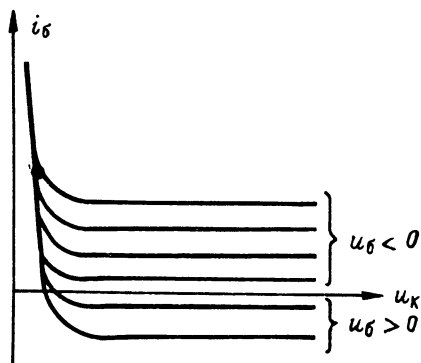


Рис. III. 72.

Рассмотрим, например, схему с общим эмиттером (рис. III 70). Представим схему транзистора в виде линейного четырехполюсника¹ (рис. III.71). Ограничимся областью низких частот, где параметры транзистора являются вещественными. Тогда в соответствии с (II.145), заменяя комплексные проводимости Y вещественными проводимостями g , получим

$$I_{1m} = g_{11}U_{1m} + g_{12}U_{2m}, \quad (\text{III.86})$$

$$I_{2m} = g_{21}U_{1m} + g_{22}U_{2m}. \quad (\text{III.87})$$

Входящие в выражения (III.86) и (III.87) проводимости триода могут быть найдены, если известны выходные $I_k = f(u_k)$ (рис. III.69) и входные $i_b = \psi(u_k)$ (рис. III.72) характеристики триода

$$g_{11} = \left(\frac{di_b}{du_b} \right)_{u_k = \text{const}}, \quad (\text{III.88})$$

$$g_{21} = \left(\frac{di_k}{du_b} \right)_{u_k = \text{const}}, \quad (\text{III.89})$$

$$g_{12} = \left(\frac{di_b}{du_k} \right)_{u_b = \text{const}}, \quad (\text{III.90})$$

¹ Один зажим для входа и выхода транзистора общий, т. е. фактически мы имеем трехполюсник.

$$g_{22} = \left(\frac{di_k}{du_k} \right)_{u_b = \text{const}}. \quad (\text{III.91})$$

Соотношения (III.86) — (III.91) описывают свойства транзистора в области низких частот. С их помощью можно составить эквивалентную схему, наилучшим образом соответствующую конкретному включению транзистора. Например, эквивалентную схему включения транзистора с общим эмиттером можно представить в виде П-образной цепи (G_1 , G_2 , G_3) с эквивалентным генератором тока SU_{1m} (рис. III.73), который вводится в рассмотрение аналогично (III.19).

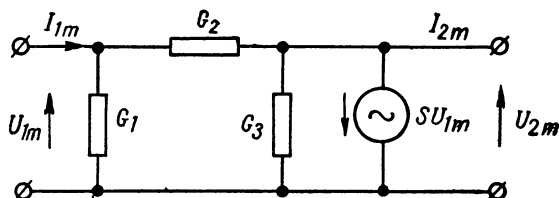


Рис. III. 73

Чтобы найти проводимости G_1 , G_2 , G_3 , надо сравнить токи в схеме на рис. III.73 с токами (III.86) — (III.87) в режимах короткого замыкания входа или выхода. Так, для четырехполюсника имеем

$$I_{1m} = g_{11} U_{1m}, \quad (\text{III.92})$$

для схемы на рис. III.73

$$I_{2m} = (G_1 + G_2) U_{1m}. \quad (\text{III.93})$$

Далее, для четырехполюсника

$$I_{1m} = g_{12} U_{2m}, \quad (\text{III.94})$$

для П-образной схемы

$$I_{1m} = -G_2 U_{2m}. \quad (\text{III.95})$$

Сравнивая (III.92) и (III.93), (III.94) и (III.95) и т. д., получим

$$G_1 = g_{11} + g_{12}, \quad (\text{III.96})$$

$$G_2 = -g_{12}, \quad (\text{III.97})$$

$$G_3 = g_{12} + g_{22}, \quad (\text{III.98})$$

$$S = g_{22} - g_{12}. \quad (\text{III.99})$$

10.4. Аperiodические усилители на транзисторах. Такие усилители, как и ламповые, могут быть выполнены на резисторах без или с использованием согласующих междукаскадных трансформаторов.

При непосредственном соединении ступеней усиления на транзисторах друг с другом их усиление обычно невелико из-за плохого согласования, так как, например, входные сопротивления транзисторов *p-n-p*-типа малы по сравнению с их выходными сопротивлениями.

Анализ показывает, что если ступени с общим эмиттером (рис. III.66) разделены ступенями с общим коллектором (рис. III.67), которые имеют сравнительно большое входное сопротивление, то коэффициент усиления двух ступеней оказы-

вается приблизительно таким же, как для двух ступеней с общим эмиттером, включенных последовательно.

Пример схемы с чередованием каскадов с О. К. и с О. Э. для транзисторов *pnр*-типа дан на рис. III.74 (Π_1 — с общим коллек-

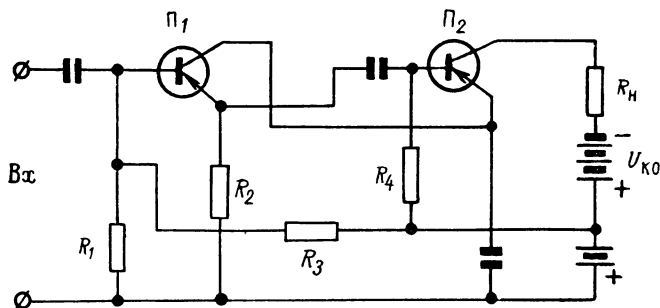


Рис. III.74

тором, Π_2 — с общим эмиттером). Режим первого триода Π_1 стабилизирован с помощью R_2 . Триоды соединены последовательно по постоянному току, так что стабильный ток коллектора Π_1 определяет ток эмиттера второго триода Π_2 .

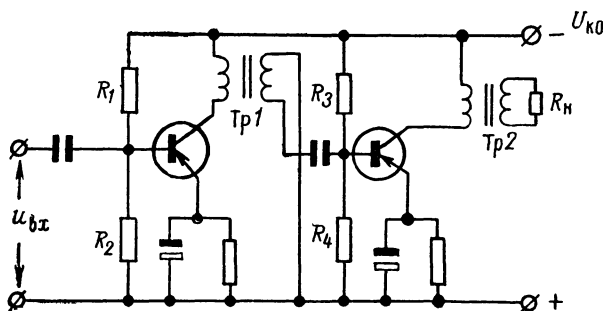


Рис. III.75

Наилучшее согласование можно получать, используя трансформаторы. На рис. III.75 приведена схема двухкаскадного трансформаторного усилителя: трансформаторы $Tr1$ и $Tr2$ согласуют каскады друг с другом и с сопротивлением нагрузки R_H , а режим транзисторов (рис. III.70) обеспечивается напряжениями, которые снимаются с делителей R_1R_2 и R_3R_4 .

10.5. Резонансные усилители на транзисторах. Для усиления высоких частот в транзисторных схемах по тем же причинам, что и в ламповых (п. 9.5), в качестве нагрузки применяются резонансные контуры.

В области высоких частот работа полупроводникового триода уже не может быть описана эквивалентной схемой, представленной на рис. III.73,

так как его параметры становятся комплексными. Движение неосновных носителей тока через слой базы определяется законами диффузии и происходит сравнительно медленно, поэтому имеет место спад амплитудной характеристики на высоких частотах. Это приводит, например, при усилении импульсов к растягиванию фронта импульса. Наличие емкости у барьерных переходов усиливает это явление.

При применении резонансных контуров в транзисторных каскадах необходимо согласовывать низкое входное (или выходное) сопротивление транзистора с высоким эквивалентным сопротивлением контура. Пример резонансной усилительной ступени на транзисторе приведен на рис. III.76.

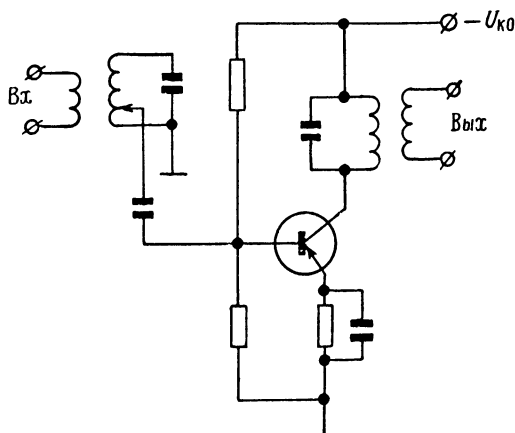


Рис. III.76

10.6. Шумы полупроводниковых триодов. Шум транзистора состоит из эмиттерной и коллекторной составляющих, причем относительная доля каждой из них зависит от физических свойств транзистора и от выбора его рабочей точки.

Среднее значение квадрата мгновенных значений шумового напряжения на низких частотах описывается следующей полуэмпирической формулой:

$$\overline{u_{\text{ш}}^2} \cong U_{\text{к0}} f^{-1} \overline{u_{\text{шо}}^2}, \quad (\text{III.100})$$

где $\overline{u_{\text{шо}}^2}$ зависит от материала транзистора и от сопротивления коллекторно-перехода.

Согласно (III.100) спектральная плотность мощности шума примерно обратно пропорциональна частоте f , так что, например, транзисторный усилитель постоянного тока будет „шуметь” больше лампового. В области высоких частот специфический шум транзистора (III.100) мал и шумы полупроводниковых триода состоят из тепловых шумов Найквиста, дробовых шумов и шумов, связанных с перераспределением тока между его электродами.

10.7. Некоторые другие схемы на полупроводниковых приборах.

1) Ограничители на полупроводниковых диодах. При помощи диодов можно составить различные схемы для ограничения сигнала в электрических цепях. Рассмотрим сначала схему одностороннего ограничения (рис. III.77):

входное напряжение подается на делитель, составленный из резистора R_1 и диода, сопротивление которого зависит от напряжения на нем. Когда диод закрыт, $R_d \gg R_1$ и $u_{\text{вых}} = u_{\text{вх}}$, а когда открыт — все напряжение $u_{\text{вх}}$ падает на R_1 , а через диод на вы-

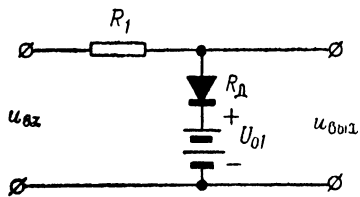


Рис. III.77.

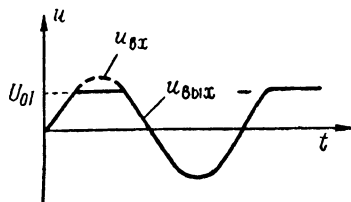


Рис. III. 78

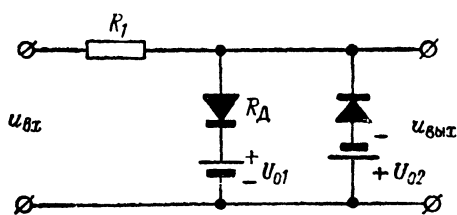


Рис. III. 79

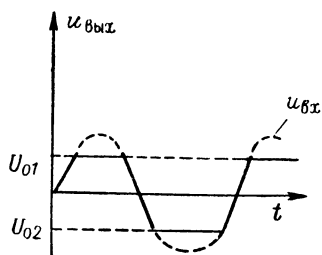


Рис. III 80

ход передается напряжение смещения батареи U_{01} , т. е. $u_{\text{вых}} = U_{01}$. График $u_{\text{вых}}(t)$ при синусоидальном $u_{\text{вх}}(t)$ представлен на рис. III.78. В случае схемы двухстороннего ограничения (рис. III.79) зависимость $u_{\text{вых}}(t)$ при синусоидальном $u_{\text{вх}}(t)$ дана на рис. III.80.

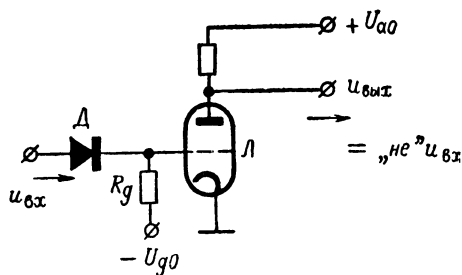


Рис. III.81

2) Схемы логических операций на диодах. Использование диодов позволяет реализовать логические операции в электронно-вычислительных машинах. Рассмотрим некоторые из них.

Операция „НЕ” („НЕТ”) реализуется в так называемой схеме инвертера (рис. III.81). Положительный импульс $u_{\text{вх}}$ проходит через диод Д и отпирает триод Л, т. е. сигнал „высокого уровня” $u_{\text{вых}}$, снимаемый с анода, уменьшается.

Операция „И” или схема совпадения осуществляется так, как показано на рис. III.82. При отсутствии сигналов на

входах 1, 2, и 3 диоды D_1 , D_2 , D_3 открыты и напряжение на выходе, равное падению на диодах, близко к нулю. Сигнал на выходе $u_{\text{вых}}$ появляется только тогда, когда имеются сигналы на всех входах одновременно (все диоды заперты). Эта схема реализует логическое произведение. Схема совпадения двух сигналов иногда называется вентильной схемой.

Операция „ИЛИ” осуществляется в схеме, показанной на рис. III.83. Диоды D_1 , D_2 , D_3 заперты напряжением источника E_0 . Как только появляется сигнал хотя бы на одном из входов 1, 2, 3, через сопротивление R начинает течь ток и появляется сигнал на выходе $u_{\text{вых}}$.

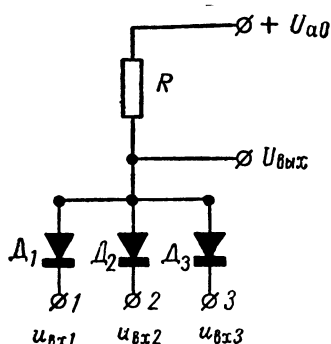


Рис. III.82

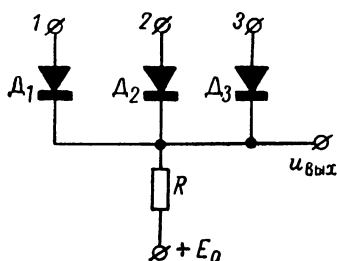


Рис. III.83.

3) Стабилизатор напряжения на транзисторах. Схема содержит транзистор и стабилитрон (рис. III.84). Транзистор включен в качестве проходного регулирующего элемента: ток через него практически не меняется при изменении $u_{\text{к}}$ (рис. III.69), т. е. при изменении $U_{\text{вх}}$ в схеме напряжение на нагрузке $U_{\text{вых}}$, равное сумме $U_{\text{ст}} + U_{\text{зб}}$, остается постоянным.¹ Стабилитрон служит в качестве элемента, обеспечивающего стабильное опорное напряжение, не меняющееся при изменении тока через него. Ток через нагрузку в β раз больше тока через стабилитрон.

Сопротивление R обеспечивает зажигание стабилитрона и — при горящем стабилитроне — режим транзистора. Поскольку небольшие изменения напряжения на переходе эмиттер — база $U_{\text{зб}}$ соответствуют большим изменениям тока эмиттера, то схема (рис. III.84) обладает способностью при изменениях нагрузки стабилизировать выходное напряжение. Если нагрузка меняется в широких пределах, то может возникнуть режим транзистора,

¹ Выходное напряжение снимается с нагрузки и ток эмиттера равен току через нагрузку.

близкий к короткому замыканию. В этом случае надо поставить последовательно с первым транзистором второй, третий и т. д., чтобы падение напряжения на каждом не превышало допустимого (рис. III.85).

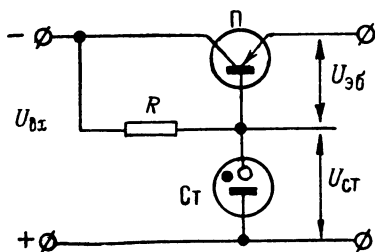


Рис. III.84.

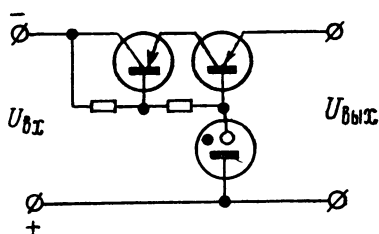


Рис. III.85

4) Туннельные диоды. В последнее время все большее распространение получают туннельные диоды. Вольтамперная характеристика туннельного диода $i_T(u)$ имеет участок с отрицательным сопротивлением $R_T = \frac{du}{di_T} < 0$ (рис. III.62). Это свойство позволяет использовать тун-

нельный диод в радиотехнических схемах, например, для усиления или генерирования электрических колебаний. Если туннельный диод подключить к колебательному контуру, то его отрицательное сопротивление R_T может компенсировать потери и в контуре будут существовать незатухающие колебания.

Отрицательное сопротивление туннельных диодов сохраняется до очень высоких частот (10^{11} гц), поэтому они могут использоваться в диапазоне сантиметровых и миллиметровых волн.

Глава IV

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

§ 11. Особенности нелинейных цепей и нелинейных элементов

11.1. Основные свойства нелинейных цепей. Важнейшие процессы в радиотехнических цепях — умножение и преобразование частоты, модуляция, детектирование, генерирование электрических колебаний и т. д. — возможны только благодаря использованию нелинейных элементов цепи.

Таковыми элементами являются поставленные в специальный режим радиолампы и полупроводниковые приборы, варисторы (резисторы с нелинейной характеристикой), катушки индуктивности с ферромагнитными сердечниками, конденсаторы с нелинейным диэлектриком (вариконды) и т. д. Нелинейный элемент цепи определяется нелинейной вольтамперной характеристикой

$$i = f(u). \quad (\text{IV.1})$$

Если характеристика (IV.1) задана графически, то, зная положение рабочей точки (I_0 , U_0 — ср. с п. 8.2) и зависимость напряжения от времени $u(t)$, можно путем несложного графического построения найти зависимость тока от времени $i(t)$ аналогично построению третьей проекции по двум данным (рис. IV.1). Характеристика (IV.1) обычно известна из опыта в виде таблицы или графика. Графический расчет тока в цепи, содержащей нелинейные элементы, производится аналогично нахождению тока в анодной цепи радиолампы (п. 8.2) или в цепи транзистора (п. 10.2). Рассмотрим, например, схему, изображенную на рис. IV.2. Пусть характеристика каждого диода задана графически аналогично $i(u)$ на рис. III.62. Ток в цепи под воздействием э. д. с. E найдется в точке пересечения A вольтамперных характеристик диодов (рис. IV.3), совмещенных по оси u , так, что точка $(0, 0)$ диода D_1 отстоит от точки $(0, 0)$ диода D_2 на величину E (ср. с рис. III.51).

Для практики часто оказывается достаточно графического расчета, однако для установления основных закономерностей при нелинейных преобразованиях характеристику приходится аппроксимировать аналитически. Применяются следующие аппроксимации: 1) степенным многочленом, 2) ломаной линией, 3) трансцендентными функциями.

В первом случае характеристика представляется в виде ряда, например,

$$i(u) = \sum_{n=0}^N a_n u^n. \quad (\text{IV.2})$$

Число членов ряда должно быть минимальным, но достаточным, чтобы правильно отобразить основные особенности явления.

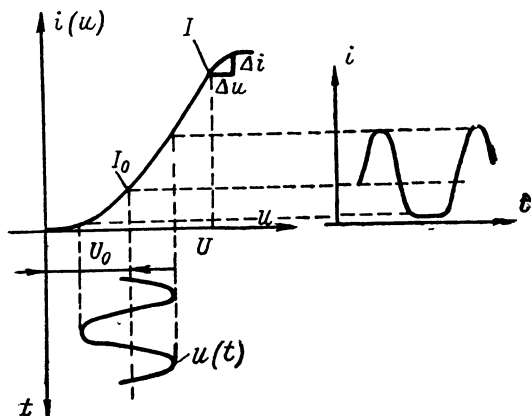


Рис. IV. 1.

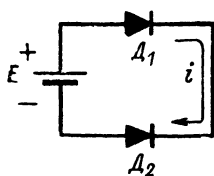


Рис. IV.2

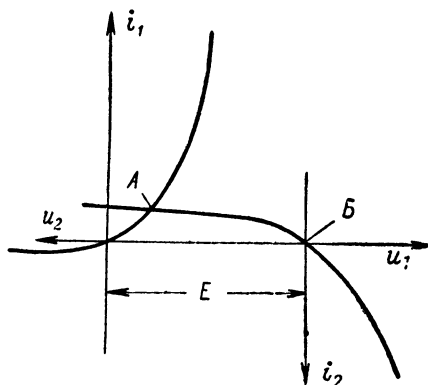


Рис. IV. 3.

Во втором — нелинейная характеристика заменяется „ломаной” линией (кусочно-линейная аппроксимация), что позволяет воспользоваться решениями линейных уравнений для различных интервалов аргумента, но при этом требуется совмещение решений на границах интервалов.

В третьем случае реальные характеристики заменяются функциями типа экспоненты, гиперболы, гиперболического синуса

и т. д. В теории нелинейных цепей нет таких общих и мощных методов, как в теории линейных цепей. Нелинейные задачи решаются с помощью ряда специализированных методов, имеющих разную точность и разную область применения.

Главное свойство, которое отличает нелинейные цепи от линейных состоит в том, что на нелинейные цепи не распространяется принцип наложения, составляющий основу теории линейных цепей. Поясним это на примере. Рассмотрим радиолампу, анодносеточная характеристика которой аппроксимирована многочленом второй степени (рис. IV.4)

$$i_a = i_0 + \alpha u_g + \beta u_g^2. \quad (\text{IV.3})$$

Пусть на сетку подаются два напряжения

$$u_g = u_{g1} + u_{g2},$$

где

$$u_{g1} = U_{1m} \sin \omega_1 t, \quad u_{g2} = U_{2m} \sin \omega_2 t.$$

Воспользовавшись тригонометрическими формулами, получим

$$\begin{aligned} i_a = & i_{a0} + \alpha U_{1m} \sin \omega_1 t + \alpha U_{2m} \sin \omega_2 t + \\ & + \frac{\beta U_{1m}^2}{2} - \frac{\beta U_{1m}^2}{2} \cos 2\omega_1 t + \frac{\beta U_{2m}^2}{2} - \\ & - \frac{\beta U_{2m}^2}{2} \cos 2\omega_2 t + \beta U_{1m} U_{2m} \cos (\omega_1 - \omega_2) t - \\ & - \beta U_{1m} U_{2m} \cos (\omega_1 + \omega_2) t. \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Хорошо видно, что кроме колебаний с исходными частотами ω_1 и ω_2 ток имеет также постоянную составляющую и гармоники разностной, суммарной и удвоенной частот. Появление колебаний на суммарной и разностной частотах, которые называют комбинационными частотами, подтверждает неприемимость принципа наложения.

Если аппроксимацию выполнить более точно и учесть в характеристике члены со степенями $n > 2$, то окажется, что анодный ток содержит гармоники и комбинационные колебания с частотами $|n\omega_1 + m\omega_2|$, где n и m — целые числа: 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 и т. д.

11.2. Особенности нелинейных элементов. Для вольтамперной характеристики нелинейного элемента (IV.1) можно ввести параметры — дифференциальные, средние и по постоянному току, как это было сделано для радиоламп (пп. 8.1 и 8.2). Величина сопротивления постоянному току, которая определяется аналогично (III.2)

$$R_0 = \frac{U}{I}, \quad (\text{IV.5})$$

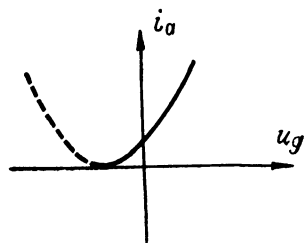


Рис. IV. 4

зависит от приложенного постоянного напряжения U . Пусть теперь на U наложено переменное напряжение Δu , вызывающее приращение тока Δi (рис. IV.1). Дифференциальное сопротивление

$$R_{\sim} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{du}{di} \quad (\text{IV.6})$$

также зависит от величины U . Для радиоламп и полупроводниковых приборов величина R_{\sim} может быть как положительной, так и отрицательной. Например, вольтамперные характеристики тетрода (рис. III.15) и туннельного диода (рис. III.62) имеют участок, где $R_{\sim} < 0$. Эти характеристики таковы, что двум значениям аргумента u соответствует одно значение функции $i(u)$. Характеристики газонаполненных стабилитронов, напротив, имеют участок, где одному значению аргумента соответствует два значения функции (рис. III.19).

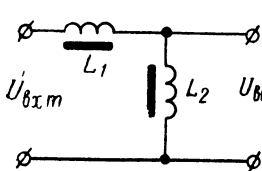


Рис. IV. 5

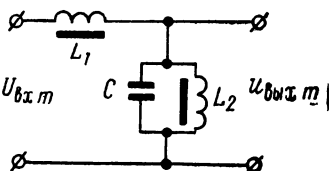


Рис. IV. 6

Параметрами нелинейного элемента можно управлять. Например, в лампах и транзисторах изменение дифференциального сопротивления происходит благодаря перемещению рабочей точки по вольтамперной характеристике путем изменения напряжения смещения.

Нелинейными элементами могут быть также катушки индуктивности и конденсаторы. Так, например, в катушке индуктивности с насыщенным железным сердечником магнитный поток Φ , а следовательно (см. (I.8) и (I.9)), падение напряжения на катушке практически не зависят от тока через нее.

В области насыщения индуктивность уже нельзя считать линейной (I.6). Как и в случае нелинейного активного сопротивления, может быть введено понятие дифференциальной индуктивности

$$L_{\sim}(i) = \frac{d\Phi}{di}. \quad (\text{IV.7})$$

Нелинейные катушки индуктивности находят применение в схемах стабилизации амплитуды переменного напряжения. Одна из таких схем приведена на рис. IV.5. Катушка индуктивности (дроссель) L_1 является ненасыщенной, а L_2 — насыщенной. При изменении амплитуды $U_{вх м}$ меняется амплитуда тока через $L_1 = L_2$. Амплитуда падения напряжения на катушке L_2 , равная $U_{вых м}$, вследствие насыщения не меняется.

Недостатком схемы на рис. IV.5 является большое потребление реактивного тока, необходимого для насыщения L_2 . Схема, показанная на рис. IV.6,

не имеет этого недостатка. Контур, состоящий из индуктивности L_2 и емкости C , настраивается в резонанс на частоте питания, в результате чего расход тока на питание параллельного контура $L_2 C$ в Q раз меньше тока насыщения в обмотке L_2 . Схемы стабилизации такого типа называются феррорезонансными.

Полупроводниковые диоды с нелинейной емкостью — варикапы упоминались выше (п. 10.1, рис. III.62). Конденсаторы с диэлектриком из сегнетоэлектрика также имеют нелинейную емкость, зависящую от напряжения на конденсаторе. Нелинейность вызвана тем, что диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика зависит от напряжения электрического поля.

Определение дифференциальной емкости: вводится следующим образом:

$$C_{\sim}(u) = \frac{dq}{du}. \quad (\text{IV.8})$$

§ 12. Нелинейное преобразование сигнала

12.1. Умножение частоты. Задача умножения частоты состоит в получении гармоники с частотой $n\omega$, кратной подаваемой частоте ω . Рассмотрим схему, показанную на рис. IV.7. Пусть нелинейная характеристика лампы аппроксимируется полиномом (IV.3), а входное напряжение равно ($U_{g0} = 0$)

$$u_{\text{вх}} = u_g = u_{g1} = U_m \sin \omega t. \quad (\text{IV.9})$$

Из (IV.4), полагая $U_{1m} = U_m$ и $U_{2m} = 0$, выпишем компоненту с частотой 2ω

$$i_a(2\omega) = -\beta \frac{U_m^2}{2} \cos 2\omega t. \quad (\text{IV.10})$$

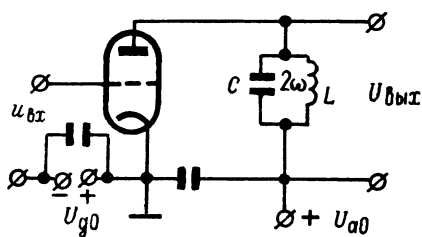


Рис. IV. 7

Протекая по анодной нагрузке — колебательному контуру LC , настроенному на частоту $\omega_0 = 2\omega$, ток создает на нем падение напряжения. Параллельный контур представляет собой большое сопротивление (II.43) только на резонансной частоте ω_0 , поэтому на выходе схемы (см. рис. IV.7) будет синусоидальное напряжение удвоенной частоты.

При настройке контура на третью или более высокую гармонику анодного тока получают умножение частоты в три или более раз. В этом случае выражение (IV.3) недостаточно для расчетов и необходимо аппроксимировать характеристику $i_a(u_g)$ полиномом третьей или более высокой степени (IV.2). При больших амплитудах U_m (IV.9) анодно-сеточная характеристика аппроксимируется ломаной линией (III.41).

Если угол отсечки $\theta < 180^\circ$, анодный ток имеет форму импульсов и, кроме первой гармоники, содержит гармоники более высокого порядка.

Амплитуды гармоник зависят от угла отсечки, так, например, для второй гармоники с частотой 2ω коэффициент разложения α_2 (III.42) имеет максимум $\alpha_2 = 0,276$ при $\theta = 60^\circ$.

12.2. Преобразование частоты. Под преобразованием частоты подразумевается смещение спектра вверх или вниз по шкале частот. Предполагается, что при таком переносе спектра он не подвергается искажению. Преобразование частоты возможно с помощью нелинейных элементов. Выкладки, показывающие появление комбинационных частот вида $|n\omega_1 + m\omega_2|$, приводились в п. 12.1 (IV.4). Спектральные составляющие, нужные для преобразования, выделяются избирательной нагрузкой — контуром или системой контуров.

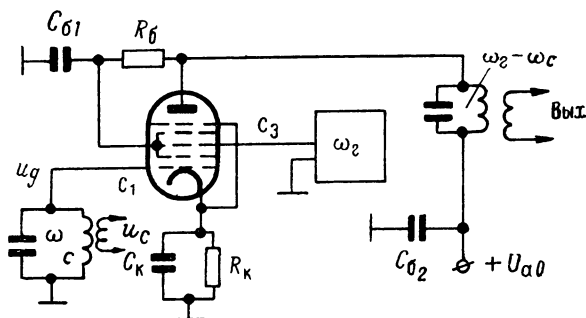


Рис. IV.8

Пусть схема преобразования выполнена на смесительной многосеточной лампе (рис. IV.8). На первую сетку поступает сигнал на частоте ω_c

$$u_c = U_{cm} \cos \omega_c t. \quad (\text{IV.11})$$

Для преобразовательной лампы $R_i \gg R_n$ и анодный ток равен (III.14), (III.4)

$$i_{пр} = S u_c. \quad (\text{IV.12})$$

На третью сетку от внешнего генератора — гетеродина — подается на частоте ω_r напряжение. Это напряжение тоже управляет током лампы (IV.12), хотя и в меньшей степени, чем напряжение сигнала на первой сетке. Пусть в формуле (IV.12) крутизна S зависит от него следующим образом:

$$S = S_0 + \Delta S \cos \omega_r t = S_0 (1 + m \cos \omega_r t). \quad (\text{IV.13})$$

Вторая и четвертая сетки преобразовательной лампы выполняют роль экранирующих, а пятая — антидинаatronной.

Подставляя (IV.11) и (IV.13) в (IV.12), после тригонометрических преобразований получим, что ток лампы содержит компоненты суммарной и разностной частот

$$i_{\text{пр}} = S_0 U_{cm} \cos \omega_c t + S_0 \frac{m}{2} U_{cm} \cos (\omega_r + \omega_c) t + \\ + S_0 \frac{m}{2} U_{cm} \cos (\omega_r - \omega_c) t. \quad (\text{IV.14})$$

Анодной нагрузкой преобразовательного каскада является контур, настроенный на разностную частоту $\omega_r - \omega_c$.

Амплитуда преобразованного сигнала $S_0 \frac{m}{2} U_{cm}$ пропорциональна U_{cm} , т. е. процесс преобразования является линейным относительно амплитуды сигнала.

Радиоприем с использованием преобразования частоты называется супергетеродинным. Использование преобразования частоты позволяет осуществлять перестройку супергетеродинного приемника путем сопряженного изменения частоты гетеродина ω_r и частоты настройки входного контура ω_c . Весь многокаскадный усилитель, следующий за преобразователем и настроенный на промежуточную частоту $\omega_r - \omega_c = \text{const}$, в перестройке не нуждается.

Другим примером использования преобразования частоты является гетеродинный волномер. В отличие от описанного выше резонансного метода измерения частоты (п. 4.5), в гетеродинном волномере колебания измеряемой частоты ω_c смешиваются с колебаниями известной частоты ω_r , которая перестраивается до получения нулевых биений, т. е. когда комбинационная частота $\omega_r - \omega_c = 0$. В этом случае $\omega_c = \omega_r$. Индикатором настройки может служить телефон. Этот метод получил название метода нулевых биений.

12.3. Амплитудная модуляция. Задача модуляции обычно заключается в переносе спектра низкочастотного сигнала, содержащего информацию, в область высоких частот, с помощью которых он может быть передан по радио.

Пусть имеется высокочастотный (несущий) сигнал в виде

$$i = I_m \sin (\omega t + \varphi). \quad (\text{IV.15})$$

Модуляция может осуществляться путем воздействия на амплитуду I_m (амплитудная модуляция), частоту ω (частотная модуляция) или фазу φ (фазовая модуляция).

Рассмотрим амплитудную модуляцию. Пусть на высокочастотный сигнал

$$i = I_m \sin \omega t \quad (\text{IV.16})$$

воздействует модулирующий сигнал, меняющий амплитуду высокочастотного сигнала по закону

$$I_m = I_\omega (1 + m \sin \Omega t), \quad (\text{IV.17})$$

где m — глубина (коэффициент) модуляции. Так как амплитуда $I_m > 0$, то $0 < m \leq 1$. Изменение промодулированного высокочастотного сигнала во времени показано на рис. IV.9. Подставляя (IV.17) в (IV.16), получим после тригонометрических преобразований

$$i = I_\omega \sin \omega t + I_\omega \frac{m}{2} \cos(\omega - \Omega)t - I_\omega \frac{m}{2} \cos(\omega + \Omega)t. \quad (\text{IV.18})$$

Спектр модулированного колебания в соответствии с формулой (IV.18) содержит три составляющих (рис. IV.10). При модуляции дополнительно к несущей появляются боковые частоты, которые отстоят от несущей на величину частоты модуляции.

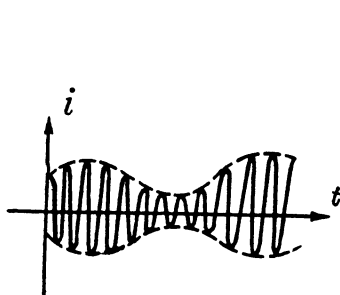


Рис. IV. 9.

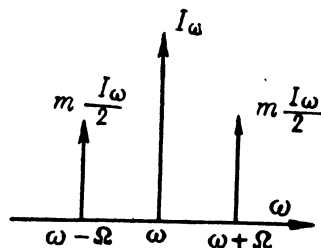


Рис. IV. 10

Если модулирующее напряжение имеет широкий спектр частот, то в спектре промодулированного колебания можно найти частоту несущей в две группы боковых частот, полученных прибавлением к ω и вычитанием из ω всех частот модулирующего напряжения.

Рассмотрим распределение энергии в спектре сигнала, промодулированного одной частотой Ω . Мощность на несущей частоте ω равна (II.33)

$$P_\omega = \frac{1}{2} I_\omega^2 R_n. \quad (\text{IV.19})$$

Мощность на обеих боковых частотах

$$P_{\omega \pm \Omega} = \frac{2}{2} \left(\frac{1}{2} m I_\omega \right)^2 R_n = \frac{m^2}{4} I_\omega^2 R_n. \quad (\text{IV.20})$$

Максимальное значение мощности на боковых частотах равно половине мощности на несущей частоте

$$\text{Макс } P_{\omega \pm \Omega} \big|_{m=1} = \frac{P_\omega}{2}. \quad (\text{IV.21})$$

12.4. Детектирование амплитудно-модулированных колебаний. Задача детектирования амплитудно-модулированного колебания состоит в том, чтобы из высокочастотного сигнала вида (IV.16) образовать низкочастотный (IV.17), представляющий закон изменения амплитуды (оги-

бающую — см. рис. IV.9) высокочастотного сигнала. Эта операция может быть выполнена с помощью нелинейного элемента. Пусть, например, характеристика нелинейного элемента задана выражением (IV.3) и на его вход подается колебание (IV.16), модулированное по амплитуде (IV.17), которое, как показано в п. 12.3, содержит три спектральных составляющих: несущую и две боковые. При воздействии нескольких гармонических колебаний на нелинейный элемент на его выходе, кроме постоянной составляющей и гармоник, образуются комбинационные колебания. Из низкочастотных комбинационных колебаний нужно выделить полезное колебание частоты Ω . Эта частота образуется как разность между частотами несущего и одного из боковых колебаний.

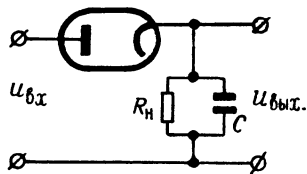


Рис. IV. 11.

Для детектирования чаще всего используются нелинейные элементы, характеристики которых могут быть аппроксимированы соответственно квадратичной зависимостью, например,

$$i_a = k u_a^2 \quad (\text{IV.22})$$

и ломаной линией (см. п. 9.4). Рассмотрим первый случай, возьмем электровакуумный диод (рис. IV.11) с характеристикой (IV.22). Полагая колебание модулированным напряжением одной частоты

$$u_a = U_m \sin \omega t, \quad (\text{IV.23})$$

где

$$U_m = U_\omega (1 + m \sin \Omega t),$$

имеем

$$\begin{aligned} i_a = k U_\omega^2 (1 + m \sin \Omega t)^2 \sin^2 \omega t = \frac{k}{2} U_\omega^2 \left[1 + \frac{m^2}{2} + 2m \sin \Omega t - \right. \\ \left. - \frac{m^2}{2} \cos 2\Omega t - \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) \cos 2\omega t - m \sin (2\omega - \Omega) t + \right. \\ \left. + m \sin (2\omega + \Omega) t + m^2 \cos 2(\omega - \Omega) t + m^2 \cos 2(\omega + \Omega) t \right]. \quad (\text{IV.24}) \end{aligned}$$

В спектре тока диода имеются компоненты низкой частоты Ω и 2Ω . На выходе диода включена цепочка $R_n C$ (фильтр), где R_n — сопротивление нагрузки (рис. IV.11). На нем создается падение напряжения низкой частоты Ω и 2Ω . Имеющиеся, кроме того, компоненты высоких частот 2ω , $2\omega \pm \Omega$ и $2(\omega \pm \Omega)$ не создают напряжения на выходе, так как сопротивление конденсатора C на этих частотах мало.

Детектор с квадратичной вольтамперной характеристикой используется в измерительных целях для регистрации мощности сигнала по величине постоянной составляющей, которая, как и мощность (I.31), пропорциональна квадрату амплитуды (IV.24). Получить нелинейный элемент с чисто квадратичной характери-

стикой (IV.22) сложно, поэтому такое измерение мощности всегда является приближенным.

При квадратичном детектировании имеет место искажение сигнала, так как, кроме полезного колебания с частотой Ω , появляется неустраняемая фильтром $R_H C$ компонента с частотой 2Ω . Ее амплитуда пропорциональна m^2 и убывает с уменьшением m быстрее, чем амплитуда полезной составляющей (IV.24). Поэтому искажения тем меньше, чем меньше m .

Во втором случае, когда для детектирования используется нелинейный элемент с характеристикой в виде ломаной линии, ток, протекающий через него, имеет форму импульсов (см., например, рис. III.52). При детектировании амплитудно-модулированного колебания высота этих импульсов $i_{a \text{ макс}}$ изменяется „в такт” с огибающей высокочастотных колебаний, а постоянная составляющая тока равна (см. п. 9.4)

$$I_{a0} = \alpha_0(\theta) i_{a \text{ макс.}}$$

Если выбрать рабочую точку так, чтобы $\theta = 90^\circ$, то величина угла отсечки θ не будет зависеть от амплитуды приложенного напряжения. При этом $\alpha_0 = \frac{1}{\pi} = \text{const}$ и величина I_{a0} пропорциональна только $i_{a \text{ макс.}}$, т. е. меняется по закону изменения амплитуды.

Выходной сигнал без искажений повторяет форму огибающей входного сигнала. В качестве примера рассмотрим схему, изображенную на рис. IV.12. Пусть характеристика каждого из

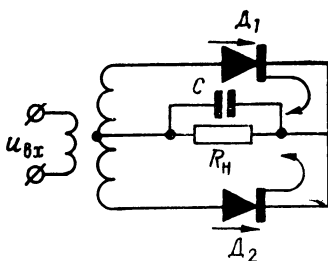


Рис. IV. 12.

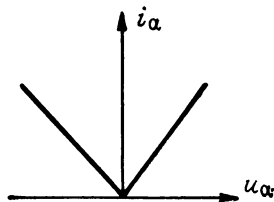


Рис. IV. 13.

диодов может быть аппроксимирована ломаной линией, так что зависимость тока i_a через нагрузку R_H от напряжения на диодах u_a имеет вид (рис. IV.13)

$$i_a = k |u_a|. \quad (\text{IV.25})$$

Подставляя (IV.23) в (IV.25), получим

$$i_a = k U_\omega (1 + m \sin \Omega t) |\sin \omega t|. \quad (\text{IV.26})$$

Модуль $|\sin \omega t|$ разложим в ряд Фурье по гармоникам высокой частоты $n\omega$

$$|\sin \omega t| = \frac{2}{\pi} \left(1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k \omega t}{4k^2 - 1} \right).$$

Подставим это выражение в (IV.26). В составе продетектированного тока будет слагаемое — модулирующий сигнал

$$kU_{\omega} \frac{2}{\pi} (1 + m \sin \Omega t).$$

Введем понятие детекторной характеристики амплитудного детектора, которая представляет собою зависимость приращения постоянной составляющей тока детектора ΔI_a от амплитуды переменного напряжения U_m высокой частоты на детекторе

$$\Delta I_a = f(U_m). \quad (\text{IV.27})$$

Характеристика (IV.27) в общем случае функция нелинейная. По ней легко оценить качество детектирования, так, в частном случае, если (IV.27) — прямая линия, то происходит идеальное детектирование без искажений, так называемое „линейное” детектирование. Это имеет место, например, при больших сигналах, когда вольтамперную характеристику диода можно, не считаясь с точностью аппроксимации небольшого участка характеристики в районе ее излома, представить ломаной линией. При слабых сигналах детекторная характеристика близка к параболе. Такая квадратичная характеристика — другой частный случай. Чувствительность квадратичного детектора различна для сигналов разной величины: для больших — больше, для меньших — меньше.

Рассмотрим некоторые практические схемы амплитудных детекторов. На рис. IV.14 приведена схема сеточного детектирования. Здесь роль диода играет промежутки сетка — катод.

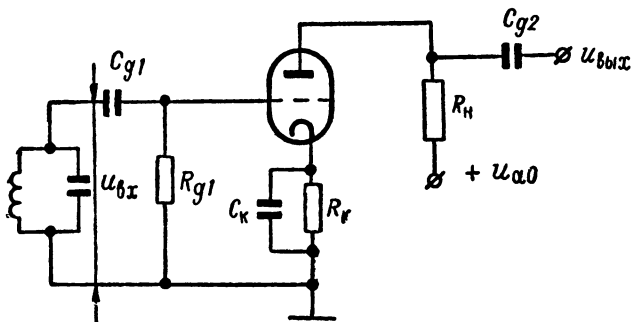


Рис. IV. 14.

Существуют также схемы анодного и катодного детектирования на лампе, в которых сопротивление нагрузки и емкость C , фильтрующая компоненты высоких частот, включается соответственно в анодную и катодную цепи, а также схемы коллекторного и базового детекторов на транзисторе.

12.5. Использование детектора в цепи обратной связи для автоматической регулировки усиления (АРУ).

Схема АРУ изображена на рис. IV.15 (контакты А и Б замкнуты). На выходе усилителя, кроме детектора сигнала, стоит детектор АРУ, вырабатывающий напряжение смещения на лампу первой ступени усиления Λ_1 . Чтобы при модуляции сигнала не изменялось напряжение смещения, постоянная времени RC -фильтра в отличие от $R_H S_H$ -фильтра детектора выбирается большой. Лампа Λ_1 имеет переменную крутизну, в результате чего ее усиление зависит от напряжения смещения. Оно изменяется автоматически при изменении напряжения сигнала на входе. Действие АРУ заключается в том, что сигнал на выходе усилителя меняется незначительно, тогда как входное напряжение сигнала изменяется в широких пределах.

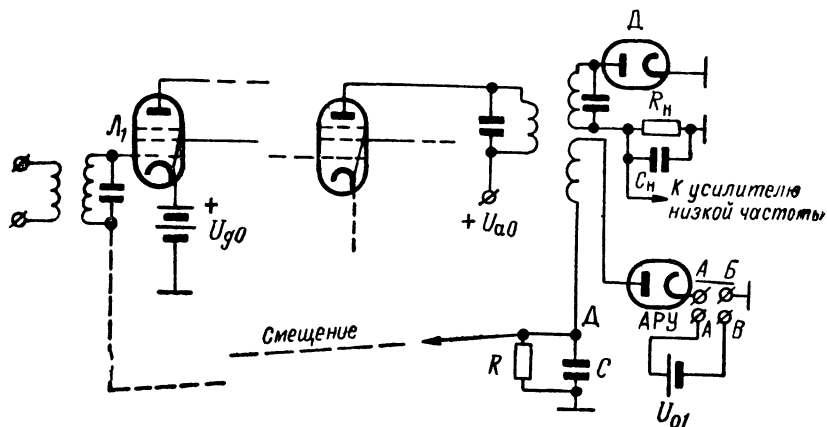


Рис. IV. 15.

Иногда применяется так называемая АРУ с задержкой: между разомкнутыми контактами А и Б (катодом диода и „землей”) включается смещение U_{01} (рис. IV.15). Детектор АРУ открывается только при сигналах, больших U_{01} .

12.6. Частотная модуляция (Ч. М.). Запишем колебание (IV.15) в более общем виде

$$i = I_m \sin [\varphi(t)]. \quad (\text{IV.28})$$

Известно, что частота — это скорость изменения фазы колебания

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (\text{IV.29})$$

Формула (IV.29) является определением мгновенной частоты. Используя (IV.29), можно записать (IV.28) в виде

$$i = I_m \sin \left[\int \omega(t) dt \right]. \quad (\text{IV.30})$$

Пусть частота модулируется по закону

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \cos \Omega t, \quad (\text{IV.31})$$

где ω_0 — настоящая, а $\Delta\omega$ — девиация частоты. Подставив (IV.31) в (IV.30) и выполнив интегрирование, имеем

$$i = I_m \sin \left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t + \varphi_0 \right). \quad (\text{IV.32})$$

$$M_f(\Omega) = \frac{\Delta\omega}{\Omega} \quad (IV.33)$$

называется индексом модуляции

Перенесем начало координат вдоль оси времени так, чтобы $\varphi_0=0$,

$$i = I_m \sin(\omega_0 t + M_f \sin \Omega t) = I_m \{ \sin \omega_0 t \cos [M_f \sin \Omega t] + \cos \omega_0 t \sin [M_f \sin \Omega t] \}. \quad (IV.34)$$

Спектральный состав колебания (IV.34) получим, если разложим его в ряд Фурье по функциям Бесселя

$$\cos [M_f \sin \Omega t] = J_0(M_f) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(M_f) \cos 2n \Omega t, \quad (IV.35)$$

$$\sin [M_f \sin \Omega t] = 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(M_f) \sin (2n-1) \Omega t. \quad (IV.36)$$

Теперь выражение (IV.34) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{i}{I_m} &= J_0(M_f) \sin \omega_0 t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(M_f) \cos 2n \Omega t \times \\ &\times \sin \omega_0 t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(M_f) \sin (2n-1) \Omega t \times \\ &\times \cos \omega_0 t = J_0(M_f) \sin \omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(M_f) \times \\ &\times [\sin(\omega_0 + 2n\Omega)t + \sin(\omega_0 - 2n\Omega)t] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(M_f) \{ \sin[(2n-1)\Omega + \omega_0]t + \\ &+ \sin[(2n-1)\Omega - \omega_0]t \}. \end{aligned} \quad (IV.37)$$

Из формулы (IV.37) видно, что спектр колебания, модулированного по частоте, линейчатый. В нем имеются центральная частота ω_0 и симметричные боковые частоты $\omega_0 \pm n\Omega$, где n — любое целое число. Амплитуды колебаний на боковых частотах зависят только от индекса модуляции M_f и при $n \rightarrow \infty$ стремятся к нулю.¹

При оценке ширины полосы, необходимой для передачи частотно-модулированного колебания, надо пользоваться таблицами бесселевых функций. Можно считать, что неискаженная передача обеспечена, если сохраняются составляющие гармоники, амплитуда которых не опускается ниже уровня $1 \div 2\%$ от амплитуды немодулированного колебания. Такой критерий дает значение ширины полосы несколько больше удвоенной величины девиации.

Частотная модуляция практически осуществляется путем изменения частоты настройки контура генератора (см. § 13). В простейшем случае для этого используют в качестве конденсатора контура варикап, на который поступает дополнительно низкочастотный модулирующий сигнал. Схема с луч-

¹ При фазовой модуляции фаза $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi \cos \Omega t$ подставляется в (IV.28) и спектр оказывается аналогичным.

шими качественными показателями использует так называемую реактивную лампу (рис. IV.16). Рассмотрим принцип работы такой схемы
Пусть емкость C достаточно велика, так что

$$\dot{U}_{am} \cong \dot{I}_m R. \quad (IV.38)$$

Здесь

$$\dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_{gm}. \quad (IV.39)$$

Подставляя (IV.39) в (IV.38), получим

$$\dot{U}_{am} = j\omega CR \dot{U}_{gm}. \quad (IV.40)$$

С другой стороны, учитывая (III.15),

$$\dot{I}_{am} = S \dot{U}_{gm},$$

и эквивалентное сопротивление лампы по высокой частоте оказывается равным

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}_{am}}{\dot{I}_{am}} = j\omega \frac{CR}{S}. \quad (IV.41)$$

Сопротивление между анодом и катодом лампы имеет реактивный характер. Эквивалентная индуктивность

$$L_3 = \frac{CR}{S}. \quad (IV.42)$$

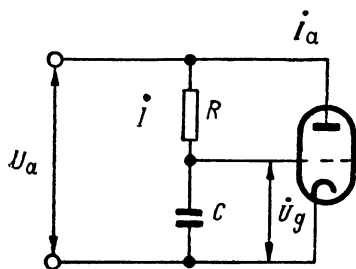


Рис. IV.16.

Эквивалентным параметром L_3 можно управлять, изменяя крутизну S . Реактивная лампа включается параллельно контуру генератора. Меняя с ее помощью настройку контура, осуществляет частотную модуляцию (Ч. М.).

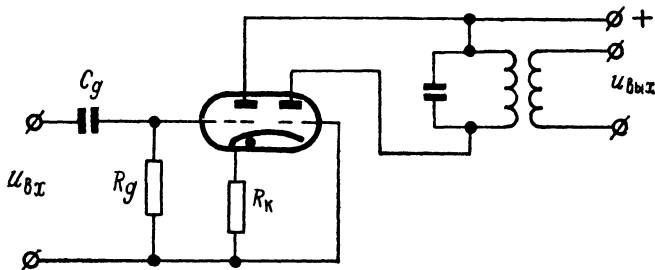


Рис. IV.17.

12.7. Детектирование частотно-модулированных (Ч. М.) колебаний. При распространении сигнала от передатчика к приемнику на него действуют помехи, изменяя его амплитуду, что влияет на результат детектирования. Ч. М. сигнал подается сначала на ограничитель, который восстанавливает постоянство его амплитуды. Схема амплитудного ограничения радиочастотных колебаний может быть выполнена, например, на двойном триоде, как показано на рис. IV.17. Отрицательная полуволна входного напряжения ограничивается благодаря запиранию левого триода, а положительная полуволна — благодаря запиранию правого триода. Колебательный контур включается в качестве резонансной нагрузки в анодную цепь обоих триодов. Благодаря его избирательным свойствам на выходе появляется синусоидальное колебание с постоянной амплитудой.

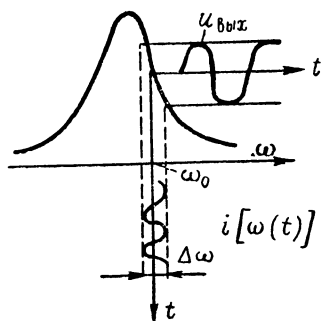


Рис. IV. 18.

После ограничителя сигнал может быть подан на частотно-избирательную цепь (например, колебательный контур), где частотная модуляция преобразуется в амплитудную, а затем протектирован амплитудным детектором

Настройка такого колебательного контура выполняется так, чтобы центральная частота модулированного колебания ω_0 (см. IV.31) попадала на склон резонансной кривой. В этом случае изменения частоты $\Delta\omega$ преобразуются в пропорциональные им изменения амплитуды (рис. IV.18). Заметим, что резонансная кривая практически не имеет линейного участка, поэтому такое преобразование всегда сопровождается искажениями.

§ 13. Генерирование колебаний

13.1. Условия возникновения колебаний. Генерирование электрических колебаний можно осуществить путем преобразования энергии постоянного тока в энергию переменного с помощью управляемых нелинейных элементов электрической цепи — электровакуумного триода, транзистора и др.

В возникновении и поддержании незатухающих колебаний большую роль играет положительная обратная связь между выходной и входной цепью. При этом требуется выяснить условия, при которых происходит возникновение колебаний в цепи (самовозбуждение), а также определить устойчивы ли колебания и вычислить установившуюся амплитуду.

Пока амплитуда колебаний мала, цепь с большой степенью точности можно считать линейной. Вопрос о возникновении колебаний в линейной цепи сводится к выяснению устойчивости решения дифференциального уравнения типа (II.115). Это решение при $\dot{f}(t) = 0$ имеет вид (ср. с (II.4))

$$i(t) = \sum_{n=1}^N A_n e^{p_n t}, \quad (\text{IV.43})$$

где $p_n = \alpha_n + j\omega_n$ — корни характеристического уравнения. Когда вещественные части α_n всех корней p_n отрицательны, все колебания $i(t)$ затухают. Такой вывод важен, например, при оценке устойчивости усилителя, т. е. когда требуется сказать, может ли он самопроизвольно начать генерировать колебания. Определить устойчивость решения можно не решая уравнения, например, на основании критерия Раussa—Гурвица. В электрорадиотехнике используется обычно критерий устойчивости Найквиста, более наглядный и более пригодный для инженерных расчетов.

Рассмотрим модуль и аргумент (фазу) произведения $\dot{\beta} \dot{K}$

$$\dot{\beta} \dot{K} = |\dot{\beta} \dot{K}| e^{j\psi(\omega)}. \quad (\text{IV.44})$$

Условно разорвем цепь обратной связи. Пусть $\beta K = \alpha + j\gamma$, очевидно, $\alpha(\omega)$ и $\gamma(\omega)$ — функции частоты. Меняя частоту, построим βK как вектор на комплексной плоскости (рис. IV.19). В большинстве случаев коэффициент передачи при $\omega=0$ и $\omega=\infty$ равен нулю и график βK на комплексной плоскости образует замкнутый контур: точки начала и конца обхода совпадают с началом координат.

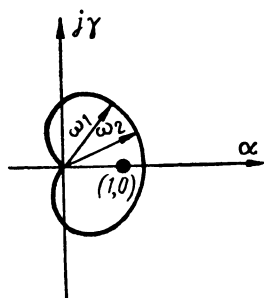


Рис. IV. 19.

Если в системе возможно возбуждение, то график βK охватывает точку $\alpha=1, \gamma=0$ (III.51). Условие возбуждения усилителя с обратной связью $\beta K = 1$ (III.51) распадается на два:

условие баланса фаз

$$\psi(\omega_r) = 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (IV.45)$$

условие баланса амплитуды

$$|\beta K| = 1 \quad \text{при} \quad \omega = \omega_r. \quad (IV.46)$$

В режиме установившихся колебаний (режиме генерирования) равенства (IV.45) и (IV.46) обязательно выполняются.

Из условия баланса фаз находится частота колебаний, так как фазовая характеристика $\psi(\omega)$ зависит от частоты. Условие баланса амплитуд представляет собой уравнение, из которого может быть найдена установившаяся амплитуда колебаний. Если при $\psi = 0$ имеем $|\beta K| < 1$, то колебания в системе могут быть только затухающими.

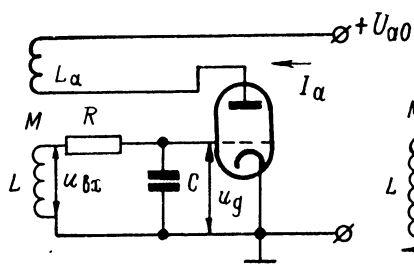


Рис. IV. 20.

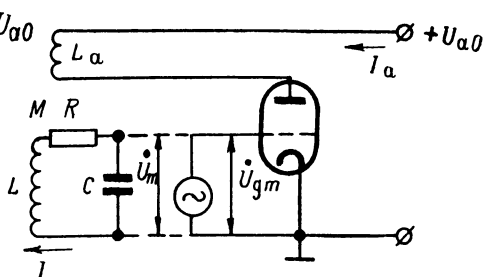


Рис. IV. 21.

Итак, критерий, полученный Найквистом, заключается в следующем: замкнутая система будет неустойчивой, т. е. в ней возникнут и будут нарастать колебания, если βK — характеристика разомкнутой системы, построенная на комплексной плоскости при изменении частоты ω , охватывает точку (1.0).

Критерий Найквиста широко применяется при анализе устойчивости различных схем усилителей. Применением его, например,

к схеме усилителя с контуром LCR в цепи сетки, который индуктивно связан с катушкой L_a в цепи анода (рис. IV.20). Для этого разорвем цепь обратной связи, как показано на рис. IV.21. Ток в контуре определится из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа (I.19).

$$i_m = \frac{j\omega M i_{am}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (IV.47)$$

Пусть (III.15)

$$i_{am} \cong S U_{gm}.$$

Напряжение в месте разрыва цепи на конденсаторе C равно

$$\dot{U}_m = \frac{i_m}{j\omega C} = \frac{MS}{C} \frac{\dot{U}_{gm}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (IV.48)$$

Коэффициент передачи $\dot{\beta} \dot{K}$ имеет вид

$$\dot{\beta} \dot{K} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{U}_{gm}} = \frac{MS}{C} \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (IV.49)$$

Его модуль и аргумент соответственно будут

$$A = |\dot{\beta} \dot{K}| = \frac{MS}{C} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (IV.50)$$

$$\psi = \arg |\dot{\beta} \dot{K}| = \arctg \left[\frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} \right]. \quad (IV.51)$$

Зависимость между A и ψ является уравнением окружности (рис. IV.22)

$$A = \frac{MS}{RC} \cos \psi. \quad (IV.52)$$

Диаметр окружности равен $\frac{MS}{RC}$ и критерий Найквиста приводит к условию возбуждения

$$\frac{MS}{RC} > 1. \quad (IV.53)$$

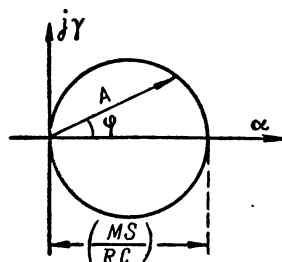


Рис. IV.22.

Рассмотрим недовозбужденный режим колебаний в устройстве, схема которого дана на рис. IV.20. Обратная связь осуществляется между цепями сетки и анода. При резонансе ток в контуре LCR равен

$$i_m = \frac{\dot{U}_{вх\ m} + \dot{U}_{\beta m}}{R}, \quad (IV.54)$$

где $\dot{U}_{\beta m}$ — напряжение обратной связи, наводимое за счет взаимной индукции M , а R — сопротивление потерь в контуре (рис. IV.20)

$$\dot{U}_{\beta m} = j\omega M \dot{I}_{a m} = j\omega M S \dot{U}_{g m}. \quad (\text{IV.55})$$

Подставляя (IV.55) в (IV.54), получим

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{\text{вх } m} + j\omega M S \dot{U}_{g m}}{R}. \quad (\text{IV.56})$$

Напряжение сетка—катод $\dot{U}_{g m}$ снимается с C

$$\dot{U}_{g m} = \frac{\dot{I}_m}{j\omega C}. \quad (\text{IV.57})$$

Подставляя (IV.57) в (IV.56), получим

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{\text{вх } m} + M S \frac{\dot{I}_m}{C}}{R}. \quad (\text{IV.58})$$

Из (IV.58) найдем \dot{I}_m

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{\text{вх } m}}{R - \frac{MS}{C}} = \frac{\dot{U}_{\text{вх } m}}{R_{\Sigma}}. \quad (\text{IV.59})$$

Здесь величина R_{Σ} является эквивалентным последовательным сопротивлением потерь в контуре, изображенном на рис. IV.20. С помощью M (взаимной индукции обратной связи) оно может быть доведено до весьма малых значений, а добротность контура (рис. IV.20) сделана весьма большой. Это позволяет осуществлять регенеративное усиление сигналов. При

$$R \leq \frac{MS}{C} \quad (\text{IV.60})$$

за счет энергии, поступающей через цепь обратной связи, происходит полная компенсация потерь, обусловленных рассеянием мощности на сопротивлении потерь контура R . При этом в контуре могут существовать незатухающие колебания. Условие (IV.60), полученное здесь из энергетических соображений, совпадает с условием (IV.53), которое следует из критерия Найквиста.

13.2. Установление колебаний в ламповом генераторе. Чтобы рассмотреть устойчивость колебаний и найти стационарное значение амплитуды, введем понятие о колебательной характеристике и характеристике обратной связи. Зависимость $|I_{a1}| = f(|U_{gm}|)$, где I_{a1} — амплитуда первой гармоники анодного тока, называется колебательной характеристикой. Ее форма зависит от вида статической характеристики $i_a = F(u_g)$ лампы (примеры характеристик даны на рис. IV.23). Снимается эта характеристика в схеме с разомкнутой обратной связью. На вход подается синусоидальное коле-

бание. На контуре измеряется напряжение, которое при резонансе прямо пропорционально амплитуде тока первой гармоники.

Зависимость $|\dot{U}_{\beta m}| = \omega M |\dot{I}_{a1}|$ является прямолинейной характеристикой обратной связи. На рис. IV.24 изображены характеристики обратной связи для разных значений M .

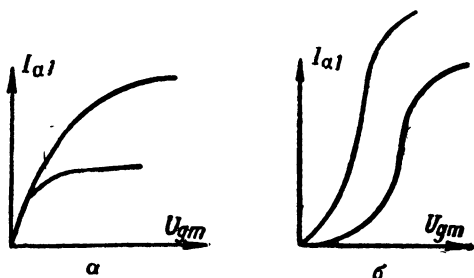


Рис. IV. 23.

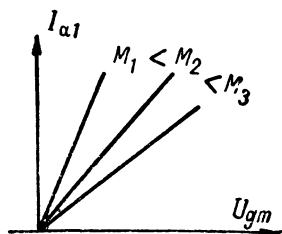


Рис. IV. 24.

Характеристика обратной связи и колебательная характеристика в конкретной схеме могут быть получены экспериментально. Точка их пересечения соответствует балансу амплитуд в схеме генератора: напряжение $|\dot{U}_{gm}|$ имеет как раз такую величину,

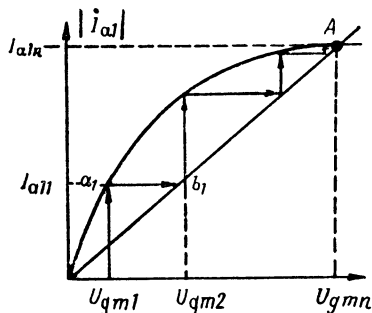


Рис. IV. 25.

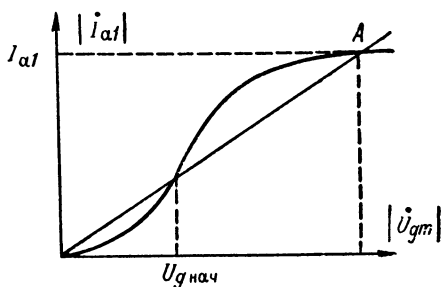


Рис. IV. 26.

что вызванный им ток $|\dot{I}_{a1}|$ с помощью цепи обратной связи обеспечивает поддержание этой же величины $|\dot{U}_{gm}|$. Используя, например, характеристику изображенную на рис. IV.23a и нанеся ее вместе с характеристикой обратной связи на одном графике, получим рис. IV.25. Это графический метод решения уравнений для стационарного режима. Таким способом можно найти установившиеся амплитуды.

Следует подчеркнуть, что такое графическое построение не позволяет проследить сам процесс установления колебаний.

С помощью следующего рассуждения можно показать устойчивость установившегося режима. Пусть имеется некоторое, как угодно малое U_{gm1} . Оно вызовет появление тока I_{a11} , т. е. „перемещение” в точку a_1 колебательной характеристики. Это в свою очередь вызывает U_{gm2} соответствующее в точке b_1 характеристики обратной связи и т. д., пока не „попадем” в точку пересечения характеристик A . Установившемуся режиму соответствует U_{gmn} и I_{a1n} . Так как переход в точку A происходит при любом, как угодно малом начальном U_{gm} , это самовозбуждение называется мягким. При другом виде колебательной характеристики (рис. IV.23, б) возбуждение будет возможно при $U_{gm} \geq U_{g \text{ нач}}$ (рис. IV.26), или при более пологой характеристике обратной связи. Самовозбуждение, соответствующее рис. IV.26, называется жестким.

Точка A в обоих случаях будет устойчивой, так как дальнейшее увеличение U_{gm} приводит к недостаточной для баланса передаче энергии через цепь обратной связи.

Установление колебаний в генераторе может быть исследовано аналитически. Рассмотрим схему на рис. IV.20. Для тока i в сеточном колебательном контуре по закону Кирхгофа (I.19) можно составить уравнение

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = M \frac{di_a}{dt}. \quad (\text{IV.61})$$

Используя связь тока i и напряжения на контуре u_g

$$u_g = \frac{1}{C} \int i dt, \quad (\text{IV.62})$$

получим

$$\frac{d^2 u_g}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_g}{dt} + \frac{u_g}{LC} - \frac{M}{LC} \frac{di_a}{du_g} \frac{du_g}{dt} = 0. \quad (\text{IV.63})$$

В случае мягкого самовозбуждения (рис. IV.25) динамическую характеристику $i_a = f(u_g)$ достаточно аппроксимировать следующим многочленом¹:

$$i_a = a_0 + a_1 u_g - a_3 u_g^3, \quad (\text{IV.64})$$

где a_1 — начальная крутизна

$$a_1 = \left. \frac{di_a}{du_g} \right|_{u_g=0} = S. \quad (\text{IV.65})$$

Подставляя (IV.64) в (IV.63), а также используя (II.9) и (IV.65), получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2 u_g}{dt^2} + 2\alpha_m \frac{du_g}{dt} + \omega_0^2 u_g = 0, \quad (\text{IV.66})$$

где затухание контура с учетом действия обратной связи α_m равно

$$\alpha_m = \alpha - \frac{\omega_0 M S - 3\omega_0^2 M a_3 u_g^2}{2}. \quad (\text{IV.67})$$

¹ Кубическая зависимость — простейшая для передачи необходимого здесь физического качества характеристики — падения средней крутизны с ростом амплитуды. Подобная аппроксимация не находится в хорошем соответствии с характеристиками современных электронных ламп, но зато позволяет сделать некоторые общие качественные выводы, относящиеся к работе рассматриваемого устройства.

Наличие высокодобротного контура (рис. IV.20) позволяет искать решение уравнения (IV.66) в виде гармонического колебания с некоторой постоянной частотой ω и амплитудой $A_m(t)$

$$u_g = A_m(t) \sin \omega t. \quad (IV.68)$$

Подставим (IV.68) в (IV.66) и приравняем нулю коэффициенты при $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$. Отбрасывая члены, содержащие $3\omega t$ (колебание синусоидально), получим уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_m}{dt^2} + \left(2\alpha - \omega_0^2 MS + \frac{9}{4} \omega_0^2 M a_3 A_m^2 \right) \frac{dA_m}{dt} + \\ + (\omega_0^2 - \omega^2) A_m = 0, \end{aligned} \quad (IV.69)$$

$$2 \frac{dA_m}{dt} + \left(2\alpha - \omega_0^2 MS + \frac{3}{4} \omega_0^2 M a_3 A_m^2 \right) A_m = 0. \quad (IV.70)$$

В установившемся режиме $\frac{d^2 A_m}{dt^2} = 0$ и $\frac{dA_m}{dt} = 0$ и из (IV.69)

$$\omega = \omega_0. \quad (IV.71)$$

Частота установившихся колебаний равна собственной частоте контура (II.9) с учетом вносимых в него лампой активного и реактивного сопротивлений. При тех же условиях из (IV.70) получим значение для амплитуды установившихся колебаний

$$A_m = U_m = \frac{2}{\sqrt{3a_3}} \sqrt{S - \frac{RC}{M}}. \quad (IV.72)$$

Амплитуда установившихся колебаний зависит от „степени нелинейности”, определяемой a_3 (IV.64), а также от сопротивления потерь в контуре R , от крутизны S (IV.65) и от величины обратной связи M . Интегрируя (IV.70), получаем

$$A_m(t) = \frac{U_m}{\sqrt{1 + BU_m^2 e^{(2\alpha - \omega_0 MS)t}}}, \quad (IV.73)$$

где B — постоянная интегрирования, определяемая начальными условиями. В зависимости от величины B в момент возникновения колебаний ($t = 0$) их амплитуда $A_m(0)$ может быть больше, меньше или равна амплитуде установившихся колебаний U_m . Установившееся значение амплитуды от B не зависит.

13.3. Генерирование высокочастотных колебаний. Приведем несколько практических схем генераторов. Кроме схемы с контуром в цепи сетки (рис. IV.20) возможны схемы с контуром в цепи анода (рис. IV.27, а) и автотрансформаторная (рис. IV.27, б). Последняя часто называется также трехточечной схемой. Надо обратить внимание на то, что для выполнения условия фаз точка подключения сетки на контуре (рис. IV.27, б) находится „ниже” точки подсоединения катода — общей точки (это подсоединение осуществляется через C_6).

Питание на генератор может подаваться последовательно, например, как на рис. IV.27, или параллельно, как на рис. IV.28, где изображена емкостная трехточечная схема (с емкостной обратной связью). В последнем случае дроссель Др, через который подается анодное питание, должен иметь

на рабочей частоте достаточно большое сопротивление, чтобы не шунтировать контур.

13.4. Генерирование синусоидальных колебаний низкой частоты. Схемы генераторов с резонансным контуром на низких частотах становятся неприемлемыми.

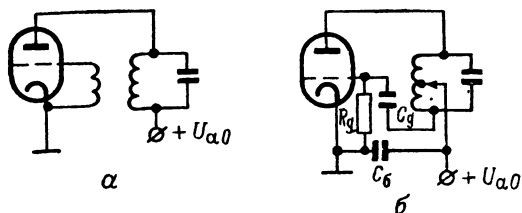


Рис. IV. 27.

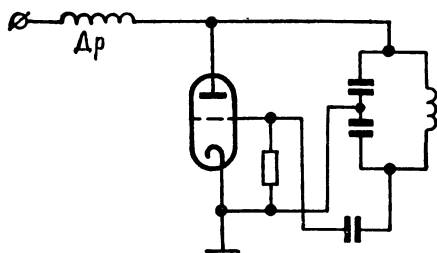


Рис. IV. 28.

С уменьшением частоты возрастают величины L и C резонансного контура, а следовательно, габариты катушек индуктивности и конденсаторов. Необходимость увеличения индуктивности приводит к использованию на низких частотах катушек с сердечником из трансформаторной стали,

возрастание величины емкости приводит к уменьшению добротности контура Q . На звуковых частотах используются так называемые RC -генераторы

1) Двухламповый RC -генератор. Схема такого генератора и отдельно — схема цепи обратной связи (фазосдвигающей цепочки) даны на рис. IV.29. Коэффициент передачи такой RC -цепочки будет

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2},$$

где

$$\dot{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}, \quad \dot{Z}_2 = \frac{\frac{R}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Подставив \dot{Z}_1 и \dot{Z}_2 , найдем

$$\dot{\beta} = \frac{R}{3R + jR \left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right)}. \quad (\text{IV.74})$$

При $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ из (IV.74) получим значения для аргумента и модуля $\dot{\beta}$

$$\psi = 0, \quad (IV.75)$$

$$|\dot{\beta}_{\text{макс}}| = \frac{1}{3}. \quad (IV.76)$$

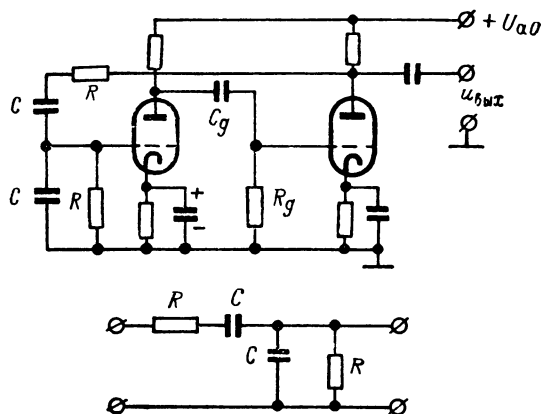


Рис. IV. 29.

В рассматриваемой схеме условия генерирования (IV.45) и (IV.46) могут быть выполнены, так как на частоте ω_r $\psi = 0$ (каждая лампа дает сдвиг фаз, равный π), и, кроме того, легко обеспечить коэффициент усиления усилителя больше трех.

2) Одноламповый RC-генератор. Здесь в качестве фазовращателя используется схема, состоящая из Г-образных RC-звеньев (рис. IV.30). Поскольку в каждом звене фаза поворачивается на угол, меньший 90° , необходимо не менее трех звеньев. Угол поворота зависит от частоты, поэтому схема генерирует только одну частоту, для которой выполняется условие фаз (IV.45).

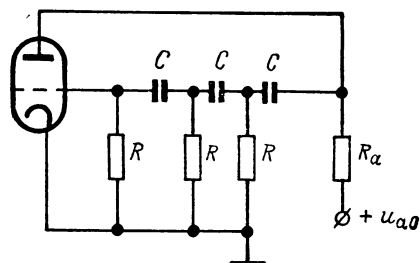


Рис. IV. 30.

135 Стабилизация частоты генераторов. Определим относительную нестабильность частоты генератора с контуром LC. Его частота приближенно определяется формулой (IV.70)

$$\omega \cong \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

т.е. совпадает с резонансной частотой контура.¹ Полное приращение частоты

$$d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial L} dL + \frac{\partial \omega}{\partial C} dC = -\frac{1}{2} \frac{dL}{L\sqrt{LC}} - \frac{1}{2C} \frac{dC}{\sqrt{LC}}.$$

Отсюда относительная нестабильность равна

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \left(\frac{dL}{L} + \frac{dC}{C} \right). \quad (IV.77)$$

Стабильность параметров катушки индуктивности и конденсатора характеризуется изменением этих параметров под влиянием внешней среды. Например, температурный коэффициент емкости (ТКЕ) и температурный коэффициент индуктивности (ТКИ) представляет собой относительное изменение соответственно емкости и индуктивности при изменении температуры на 1°. ТКИ положителен, поэтому, чтобы компенсировать изменение индуктивности, делают ТКЕ отрицательным. При соответствующем ТКИ и ТКЕ контур почти не меняет резонансной частоты при изменении температуры (достигаются стабильности до 10^{-5}).

Для RC-генераторов низкой частоты $\omega = \frac{1}{RC}$ и соответствующая нестабильность равна

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\left(\frac{dR}{R} + \frac{dC}{C} \right). \quad (IV.78)$$

Обычные величины нестабильности частоты RC-генератора порядка 10^{-3} .

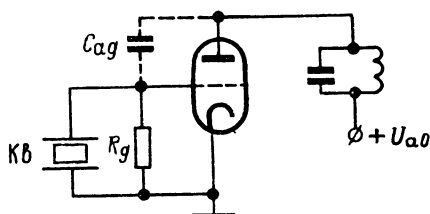


Рис. IV.31.

Существенное улучшение стабильности частоты генератора может быть достигнуто при использовании кварца. Кварц обладает пьезоэффектом. Кристалл кварца помещается в держателе между двумя электродами, при помощи которых осуществляется его электрическая связь со схемой генератора. При подаче напряжения на кристалл в нем возникают механические колебания и, когда целое число полуволн механических колебаний „укладывается” в кварце, имеет место резонанс. Кристалл кварца эквивалентен колебательному контуру очень высокой добротности ($10^3 \div 10^5$). Вследствие температурной зависимости резонансной частоты кварца необходимо его термостатирование. При этом достигается стабильность частоты порядка 10^{-7} и выше.

Простейшая схема генератора, стабилизированного кварцем, дана на рис. IV.31. Здесь кварц включен между сеткой и катодом, а обратная связь осуществляется за счет внутриламповой емкости C_{ag} .

13.6. Генерирование несинусоидальных колебаний. Здесь будут рассматриваться колебания, существенно отличающиеся от гармонических и характеризующиеся наличием разрывов функции или ее производных. Они называются релаксационными колебаниями и часто имеют форму импульсов. Условие самовозбуждения генераторов импульсов должно

¹ На самом деле лампа в схеме генератора вносит в контур активное и реактивное сопротивления, так что частота генератора с самовозбуждением не равна ω_0 . Кроме того, в самом контуре есть потери, которые влияют на ω_0 .

выполняться в широкой области частот, так как спектр импульса тем шире, чем короче импульс и чем круче его фронт и спад.

Рассмотрим работу нескольких конкретных схем.

1) Мультивибратор. Схема мультивибратора изображена на рис. IV.32. Мультивибратор образован двумя ступенями усилителя на сопротивлениях с обратной связью: выход усилителя соединен с его входом.

Пусть в начальный момент времени напряжение на электродах ламп Λ_1 и Λ_2 и их анодные токи равны. Это состояние неустойчиво: если напряжение на аноде одной лампы Λ_1 возрастает (например, за счет флуктуаций), напряжение на сетке другой лампы Λ_2 также возрастает, так как напряжение на конденсаторе C_{g2} скачком измениться не может. Лампа Λ_2 будет отпираться, а напряжение на ее аноде падать. При этом первая лампа Λ_1 закрывается (участок ab на рис. IV.33, где изображены напряжения на анодах и сетках ламп мультивибратора).

Скорость перехода из одного состояния в другое определяется той полосой частот, в которой выполняются условия возбуждения (IV.45) и (IV.46). Условие фаз (IV.45) выполняется без труда, поскольку два каскада дают сдвиг фаз $\psi = 2\pi$. Условие амплитуд также легко может быть выполнено, так как $\beta = 1$, а коэффициент усиления обоих каскадов $K > 1$ и в широкой полосе частот не зависит от ω (рис. III.37).

Во время пребывания в „состоянии равновесия” одна лампа закрыта (Λ_1) и условия возбуждения не выполняются. В это время происходит медленный разряд конденсатора C_{g1} через

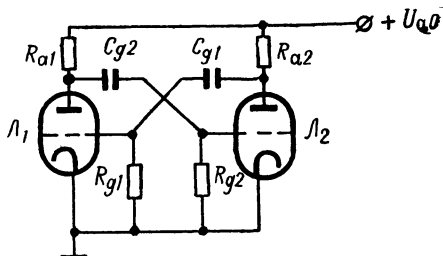


Рис. IV. 32.

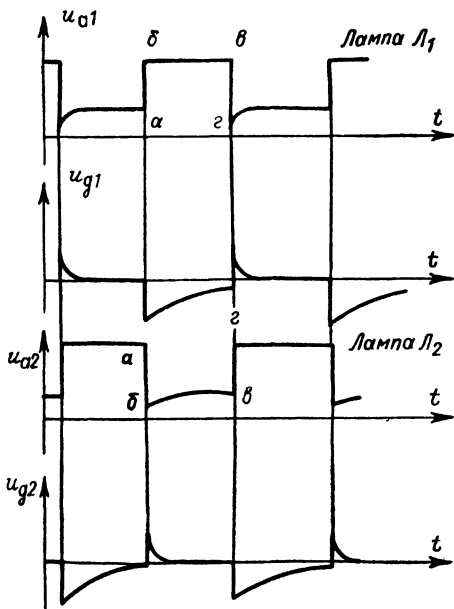


Рис. IV. 33.

другую лампу L_2 и напряжение на сетке первой лампы L_1 медленно увеличивается, пока она не откроется и не произойдет новый переход.

С анодов ламп мультивибратора можно снять прямоугольные импульсы напряжения (рис. IV.33), длительность которых определяется временем разряда конденсатора C_g через соответствующий резистор R_g и открытую лампу.

2) Триггер. На рис. IV.34 изображена схема триггера. Схема образована двухступенчатым усилителем постоянного напряжения, выход которого

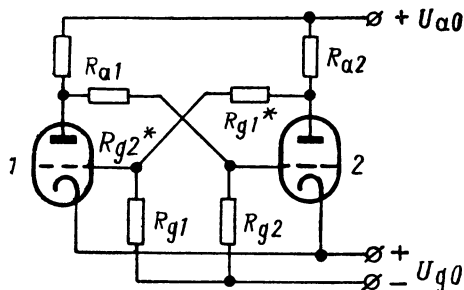


Рис. IV. 34.

связан со входом. При исследовании работы триггерной схемы можно рассуждать в той же последовательности, как и для схемы мультивибратора. Триггер остается в одном из двух устойчивых состояний неограниченно долгое время, так как одна из ламп заперта напряжением смещения U_{g0} , а другая открыта

вследствие компенсации смещения большим анодным напряжением закрытой лампы.

„Переброс“ триггера из одного состояния в другое возможен только при подаче внешнего напряжения, необходимого чтобы отпереть или запереть лампу. Триггер может работать как электронное реле, т. е. служить для формирования ступенек напряжения или прямоугольных импульсов. Он может применяться также в качестве схемы, осуществляющей логическую операцию отрицания („НЕ“). С анода одного триода снимается сигнал $u_{вх}$, с анода другого — „НЕ“ $u_{вх}$.

Триггеры находят применение в пересчетных схемах. На рис. IV.35 изображены два каскада пересчетной схемы на триггерах. Схема на лампе L_1 (двойном триоде) представляет собою триггер с двумя устойчивыми состояниями. Он „выдает“ один положительный импульс на каждые два, поступающих на вход. Пусть, например, левый триод лампы L_1 заперт, а правый открыт. Положительный импульс на входе открывает левый триод и заперяет правый. С анода левого триода (точка a) будет снят отрицательный импульс. Этот импульс не пройдет через диод D . Триггер на лампе L_1 выдаст положительный импульс, который пройдет на сетку лампы L_2 только в ответ на два входных импульса.

Схема, состоящая из N триггерных ячеек, ведет счет 2^N -единицами. Для учета не прошедших на выход схемы импульсов к анодам ламп подсоединены неоновые (газоразрядные) лампочки (Н на рис. IV.35), которые загораются при отпирании ламп. Первой неоновой лампочке (Н) присваивается число 1, такой же лампочке во второй ячейке (на лампе L_2) — число 2, далее 4, 8 и т. д. Общая сумма импульсов равна числу единиц 2^N на выходном счетчике плюс сумма чисел, присвоенных горящим неоновым лампочкам.

Триггерная ячейка пересчетной схемы (рис. IV.35) может служить для „запоминания” одного разряда двоичного числа. N -триггеров могут служить для запоминания N -разрядного двоичного числа, т. е. образуют регистр — запоминающее устройство на одно число.

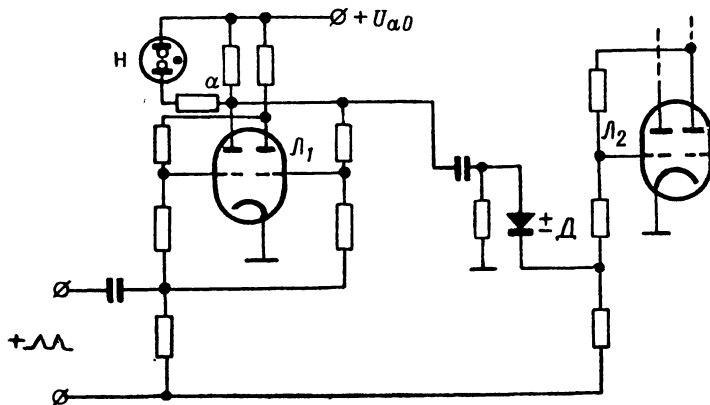


Рис. IV. 35

С этим числом можно выполнять арифметические действия, например, сложить с другим числом из другого регистра (соответствующий разряд подается в соответствующий разряд), при этом последовательная связь между триггерами в пересчетной схеме обеспечивает переносы между разрядами.

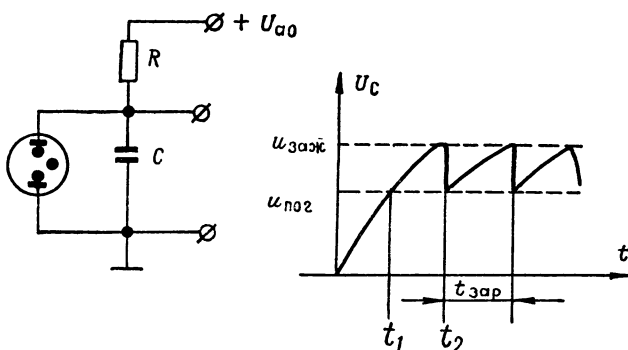


Рис. IV 36

3) Генератор пилообразных колебаний. Генерирование напряжения пилообразной формы может осуществляться благодаря заряду конденсатора C через резистор R и разряду его через, например, подключенный параллельно газоразрядный прибор (рис. IV.36). Очень часто используются также электровакуумные приборы или транзисторы. В нашем случае величина генерируемого пилообразного напряжения определяется разностью напряжений зажигания и погасания газоразрядного прибора. Напряжения зажигания и погасания, в соответствии с (1.37), определяются временем заряда до моментов зажигания t_1 и погасания t_2 :

$$u_{\text{зак}} = U_{\text{а0}} \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}} \right), \quad u_{\text{пог}} = U_{\text{а0}} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}} \right), \quad (\text{IV.79})$$

а период равен приблизительно времени заряда $t_{\text{зар}}$, так как время разряда мало по сравнению с временем заряда

$$t_{\text{зар}} = t_2 - t_1 = RC \ln \frac{U_{\text{а0}} - u_{\text{пог}}}{U_{\text{а0}} - u_{\text{зак}}}. \quad (\text{IV.80})$$

Для получения линейного изменения напряжения во времени надо сделать постоянным ток заряда конденсатора. Это осуществляется при заряде через пентод (или транзистор), для которого ток в некоторых пределах мало зависит от анодного (коллекторного) напряжения (рис. III.17, III.69).

4) Блокинг-генератор. Схема блокинг-генератора изображена на рис. IV.37. Она похожа на схему LC-генератора с индуктивной обратной связью (рис. IV.20, IV.27), но отличается выбором параметров и, в частности, большой величиной обратной связи (трансформатор Tr имеет стальной сердечник). Емкость C специально в контур не включается, а ее роль играет междувитковая емкость трансформатора Tr .

Условия самовозбуждения в схеме выполняются при практически любом значении крутизны S . Благодаря сильной обратной связи быстро создается такое большое положительное напряжение на сетке лампы, что анодный ток i_a перестает от него зависеть. Цепь обратной связи размыкается. Появляется импульс сеточного тока значительной величины. В результате сеточного детектирования (п. 12.4) постоянная составляющая сеточного тока заряжает конденсатор C_g и создает на резисторе R_g напряжение, которое запи-

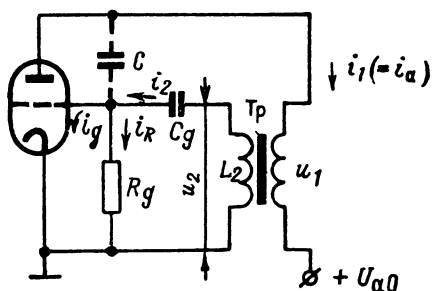


Рис. IV. 37

рает лампу. Происходит второй разрыв цепи обратной связи, уже в области отрицательных напряжений на сетке. На этом заканчивается формирование короткого импульса (импульс тока $a-g$ на рис. IV.38). После этого происходит медленный разряд конденсатора C_g через катушку L_2 и резистор R_g . Повторный блокинг-процесс начинается, когда напряжение на сетке вновь достигает значения отпирания. Вырабатывается новый короткий импульс. Импульсы снимаются обычно с анодной обмотки трансформатора. Период следования импульсов определяется величиной $C_g R_g$.

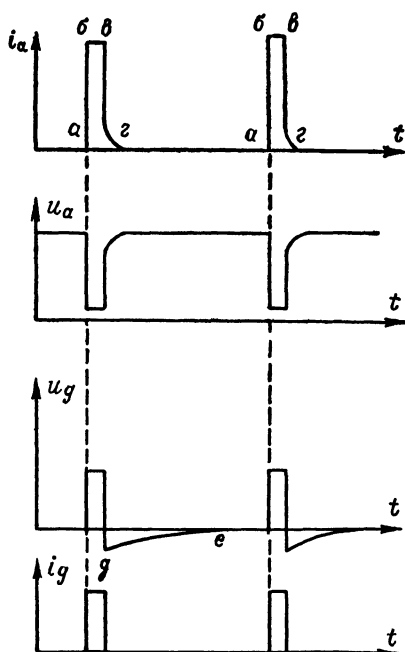


Рис. IV. 38

На рис. IV.39 изображена схема блокинг-генератора, работающего в так называемом „ждушем” режиме. Положительный пусковой импульс $u_{вх}$ на сетку открывает лампу, запертую смещением U_{g0} , начинается блокинг-процесс и вырабатывается один импульс.

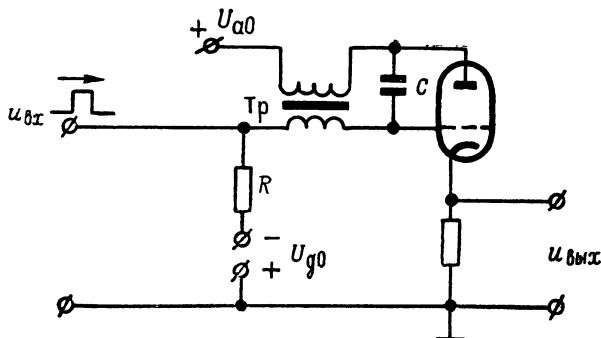


Рис. IV. 39.

Нестабильность частоты следования импульсов релаксационных генераторов порядка 10—15%. Для ее стабилизации можно использовать импульсы или синусоидальное напряжение, поступающее в цепь сетки от стабильного генератора. При этом лампа генератора открывается не за счет внутренних процессов в схеме, а с помощью внешнего синхронизирующего напряжения в тот момент, когда его очередной импульс вместе с напряжением u_g на участке ge достигнут отпирающего значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Молчанов, П. И. Занадворов. Курс электротехники и радиотехники. Изд. «Наука», 1969.
2. А. М. Бонч-Бруевич. Радиоэлектроника в экспериментальной физике. Изд. «Наука», 1966.
3. И. С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. Изд. «Советское радио», 1971.
4. Г. И. Атабеков и др. Теоретические основы электротехники, ч. I—III. Изд. «Энергия», 1970.
5. Л. Р. Нейман, К. С. Демирчан. Теоретические основы электро-техники, т. I и II. Изд. «Энергия», 1967.
6. А. А. Харкевич. Основы радиотехники. Изд. «Связьиздат», 1963.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава I. Основные параметры электрических и магнитных цепей .	5
§ 1. Определения	—
1.1. Сопротивление	6
1.2. Емкость	—
1.3. Индуктивность	7
1.4. Параметры магнитной цепи	9
§ 2. Прохождение тока в электрических цепях	9
2.1. Законы Кирхгофа	11
2.2. Понятие о квазистационарности	—
2.3. Прохождение синусоидального тока через элементы цепи с параметрами R, L, C	13
2.4. Мощность переменного тока	14
2.5. Воздействие на цепь скачка напряжения	15
2.6. Дифференцирование и интегрирование напряжения в электрических цепях	17
Глава II. Линейные цепи	17
§ 3. Цепи с сосредоточенными параметрами. Одиночный LCR -контур	—
3.1. Решение дифференциального уравнения	18
3.2. Частные случаи	—
§ 4. Вынужденные колебания в одиночном колебательном контуре	19
4.1. Метод комплексных амплитуд	20
4.2. Последовательный колебательный контур	22
4.3. Резонансные соотношения в последовательном контуре	23
4.4. Параллельный колебательный контур	26
4.5. Резонансные измерения в последовательном и параллельном контурах	—
§ 5. Вынужденные колебания в связанных контурах	—
5.1. Уравнения связанных контуров	28
5.2. Резонансные явления в связанных контурах	30
5.3. Трансформатор	31
§ 6. Цепи с распределенными параметрами	—
6.1. Уравнения длинной линии	32
6.2. Решение уравнения	34
6.3. Входное и выходное сопротивление линии	35
6.4. Искусственная длинная линия	36
6.5. Уравнения волноводов	—
6.6. Решение волнового уравнения для прямоугольного волновода	37

§ 7. Некоторые вопросы общей теории линейных цепей	39
7.1. Принцип наложения и спектральный метод	—
7.2. Распределение энергии в спектре сигнала	42
7.3. Операторный метод	43
7.4. Нискаженное прохождение сигнала через линейную цепь	44
7.5. Метод четырехполюсника	45
Глава III. Электронные и полупроводниковые приборы в радиосхемах	49
§ 8. Электронные лампы	—
8.1. Двухэлектродные лампы	—
8.2. Трехэлектродные лампы	53
8.3. Многоэлектродные лампы	55
8.4. Электрометрические лампы	57
8.5. Газонаполненные лампы	58
8.6. Лампы с неэлектрическим управлением	59
8.7. Некоторые лампы для сверхвысоких частот (СВЧ)	60
§ 9. Применение электронных ламп для усиления	63
9.1. Эквивалентная схема усилительной ступени на триоде	—
9.2. Некоторые общие характеристики усилителей	64
9.3. Усилители на резисторах	66
9.4. Некоторые другие типы аperiodических усилителей	71
9.5. Резонансные усилители	79
9.6. Обратные связи в усилителях	80
9.7. Собственные шумы усилителей	83
§ 10. Полупроводниковые приборы в радиосхемах	89
10.1. Полупроводниковый диод	—
10.2. Полупроводниковый триод (транзистор)	90
10.3. Эквивалентная схема транзистора	94
10.4. Аperiodические усилители на транзисторах	95
10.5. Резонансные усилители на транзисторах	96
10.6. Шумы полупроводниковых триодов	97
10.7. Некоторые другие схемы на полупроводниковых приборах	—
Глава IV. Нелинейные цепи	101
§ 11. Особенности нелинейных цепей и нелинейных элементов	—
11.1. Основные свойства нелинейных цепей	—
11.2. Особенности нелинейных элементов	103
§ 12. Нелинейное преобразование сигнала	105
12.1. Умножение частоты	—
12.2. Преобразование частоты	106
12.3. Амплитудная модуляция	107
12.4. Детектирование амплитудно-модулированных колебаний	108
12.5. Использование детектора в цепи обратной связи для автоматической регулировки усиления (АРУ)	111
12.6. Чистотная модуляция (Ч. М.)	112
12.7. Детектирование частотно-модулированных колебаний	114
§ 13. Генерирование колебаний	115
13.1. Условия возникновения колебаний	—
13.2. Установление колебаний в ламповом генераторе	118
13.3. Генерирование высокочастотных колебаний	121
13.4. Генерирование синусоидальных колебаний низкой частоты	122
13.5. Стабилизация частоты генераторов	123
13.6. Генерирование несинусоидальных колебаний	124
Литература	129

Апушкинский Геннадий Павлович
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Редактор *Г. А. Григенч*

Обложка художника *А. К. Тимошевского*

Техн. редактор *Л. А. Липатова*

Корректор *В. К. Измайлович*

М.09599. Сдано в набор 23 XII 1971 г.

Подписано к печати 21 III 1972 г.

Бумага тип. № 3. Формат бумаги 60×90¹/₁₆.

Печ. л. 8,25. Уч.-изд. л. 7,99. Бум. л. 4,12.

Тираж 10 000 экз. Заказ 670. Цена 28 коп

Издательство ЛГУ им. А. А. Жданова

Типография ЛГУ им. А. А. Жданова

199164, Ленинград, Университетская наб., 7/9.

28 коп.



Издательство
Ленинградского
университета
1972